# PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA

*PDB Orde Pertama*

Resmawan

UNIVERSITAS NEGERI GORONTALO

September 2018

# 1. Pengantar Persamaan Diferensial

# 1.1 Pengertian dan Notasi Persamaan Diferensial

## 1.1 Pengertian dan Notasi Persamaan Diferensial

# 1.1 Pengertian dan Notasi Persamaan Diferensial

- Persamaan diferensial (differential equation) adalah persamaan yang memuat satu atau lebih variabel tak bebas beserta turunannya terhadap variabel-variabel bebas.

# 1.1 Pengertian dan Notasi Persamaan Diferensial

- Persamaan diferensial (differential equation) adalah persamaan yang memuat satu atau lebih variabel tak bebas beserta turunannya terhadap variabel-variabel bebas.
- Persamaan diferensial yang memuat suatu variabel tak bebas $y$ dan variabel bebas $x$ biasa dinotasikan dengan

$$\frac{dy}{dx} \text{ atau } y'(x) \text{ atau } y'$$

dibaca

"Turunan Pertama Variabel Tak Bebas $y$ terhadap variabel bebas $x$"

# 1.1 Pengertian dan Notasi Persamaan Diferensial

- Persamaan diferensial (differential equation) adalah persamaan yang memuat satu atau lebih variabel tak bebas beserta turunannya terhadap variabel-variabel bebas.
- Persamaan diferensial yang memuat suatu variabel tak bebas $y$ dan variabel bebas $x$ biasa dinotasikan dengan

$$\frac{dy}{dx} \ atau \ \ y'(x) \ \ atau \ \ y'$$

dibaca

"Turunan Pertama Variabel Tak Bebas $y$ terhadap variabel bebas $x$"

- Secara umum persamaan diferensial yang melibatkan variabel-variabel ini dapat dinyatakan dalam bentuk

$$F\left(x, y, y', y'', ..., y^{(n)}\right) = 0$$

dengan $y^{(n)}$ merupakan turunan ke$-n$ dari $y$ terhadap $x$.

# 1.1 Pengertian dan Notasi Persamaan Diferensial

### Examples

Berikut diberikan beberapa contoh Persamaan Diferensial

$$\begin{aligned}
(1) \qquad & \frac{dy}{dx} &=& \; e^x + \sin x \\
(2) \qquad & y'' - 2y' + y &=& \; \cos x \\
(3) \qquad & \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &=& \; \frac{\partial u}{\partial t} \\
(4) \qquad & \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &=& \; \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}
\end{aligned}$$

# 1.2 Klasifikasi Persamaan Diferensial

## 1.2 Klasifikasi Persamaan Diferensial

# 1.2 Klasifikasi Persamaan Diferensial

- Persamaan diferensial dapat diklasifikasikan menjadi 2 macam, yaitu

# 1.2 Klasifikasi Persamaan Diferensial

- Persamaan diferensial dapat diklasifikasikan menjadi 2 macam, yaitu
  1. Persamaan diferensial biasa (ordinary differential equation), disingkat PDB

# 1.2 Klasifikasi Persamaan Diferensial

- Persamaan diferensial dapat diklasifikasikan menjadi 2 macam, yaitu
  1. Persamaan diferensial biasa (ordinary differential equation), disingkat PDB
  2. Persamaan diferensial parsial (parsial differential equation), disingkat PDP

# 1.2 Klasifikasi Persamaan Diferensial

- Persamaan diferensial dapat diklasifikasikan menjadi 2 macam, yaitu
  1. Persamaan diferensial biasa (ordinary differential equation), disingkat PDB
  2. Persamaan diferensial parsial (parsial differential equation), disingkat PDP
- PDB adalah persamaan diferensial yang melibatkan hanya satu variabel bebas, sedangkan PDP adalah persamaan diferensial yang melibatkan lebih dari satu variabel bebas.

# 1.2 Klasifikasi Persamaan Diferensial

- Persamaan diferensial dapat diklasifikasikan menjadi 2 macam, yaitu
  1. Persamaan diferensial biasa (ordinary differential equation), disingkat PDB
  2. Persamaan diferensial parsial (parsial differential equation), disingkat PDP
- PDB adalah persamaan diferensial yang melibatkan hanya satu variabel bebas, sedangkan PDP adalah persamaan diferensial yang melibatkan lebih dari satu variabel bebas.
- Dengan demikian, jelas bahwa persamaan (1) dan (2) pada Contoh sebelumnya merupakan persamaan diferensial biasa sedangkan persamaan (3) dan (4) merupakan persamaan diferensial parsial.

# 1.2 Klasifikasi Persamaan Diferensial

## Examples

Klasifikasikan PD berikut sebagai PDB atau PDP. Nyatakan variabel bebas dan tak bebasnya

$$
\begin{aligned}
(1) \quad & ty' - y &= 2t^4 \\
(2) \quad & \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} + y^2 &= 0 \\
(3) \quad & 2x\left(y+1\right)dx - \left(x^2+1\right)dy &= 0 \\
(4) \quad & \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} + xt &= 0
\end{aligned}
$$

# 1.3 Orde dan Derajat Persamaan Diferensial

**1.3 Orde dan Derajat Persamaan Diferensial**

# 1.3 Orde dan Derajat Persamaan Diferensial

- Penentuan pangkat dan derajat suatu persamaan diferensial tergantung pada kandungan fungsi turunan di dalam persamaan diferensial tersebut.

# 1.3 Orde dan Derajat Persamaan Diferensial

- Penentuan pangkat dan derajat suatu persamaan diferensial tergantung pada kandungan fungsi turunan di dalam persamaan diferensial tersebut.
- **Orde** atau **pangkat** suatu persamaan diferensial merupakan pangkat tertinggi dari turunan yang muncul dalam persamaan diferensial.

# 1.3 Orde dan Derajat Persamaan Diferensial

- Penentuan pangkat dan derajat suatu persamaan diferensial tergantung pada kandungan fungsi turunan di dalam persamaan diferensial tersebut.
- **Orde** atau **pangkat** suatu persamaan diferensial merupakan pangkat tertinggi dari turunan yang muncul dalam persamaan diferensial.
- **Degree** atau **derajat** dari suatu persamaan diferensial adalah pangkat dari suku yang memuat turunan tertinggi dalam persamaan diferensial (**pangkat** dari **orde**).

# 1.3 Orde dan Derajat Persamaan Diferensial

## Examples

Identifikasi orde dan pangkat dari persamaan diferensial berikut

$$\begin{aligned}
(1) \quad & 1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 &=& \; 3\frac{d^2y}{dx^2} \\
(2) \quad & (y'')^3+(y')^4-y &=& \; 0 \\
(3) \quad & \left(\frac{dy}{dt}\right)^2+2y &=& \; 0
\end{aligned}$$

# 1.3 Orde dan Derajat Persamaan Diferensial

**Solution**

1. *PDB Orde Dua Derajat Satu*

# 1.3 Orde dan Derajat Persamaan Diferensial

## Solution

1. *PDB Orde Dua Derajat Satu*
2. *PDB Orde Dua Derajat Tiga*

# 1.3 Orde dan Derajat Persamaan Diferensial

### Solution

1. *PDB Orde Dua Derajat Satu*
2. *PDB Orde Dua Derajat Tiga*
3. *PDB Orde Satu Derajat Dua*

# 1.4 Persamaan Diferensial Linear dan Tak Linear

## 1.4 Persamaan Diferensial Linear dan Tak Linear

# 1.4 Persamaan Diferensial Linear dan Tak Linear

- Suatu persamaan diferensial dikatakan liniar jika tidak ada perkalian antar variabel-variabel tak bebas dan derivatif-derifatifnya atau dapat ditulis dalam bentuk

$$a_0(x)\,y^{(n)} + a_1(x)\,y^{(n-1)} + \ldots + a_n(x)\,y = F(x)$$

dengan $a_0, a_1, \ldots, a_n$ *dan* $F$ merupakan fungsi-fungsi dari $x$ saja, $a_0(x) \neq 0$.

# 1.4 Persamaan Diferensial Linear dan Tak Linear

- Suatu persamaan diferensial dikatakan liniar jika tidak ada perkalian antar variabel-variabel tak bebas dan derivatif-derifatifnya atau dapat ditulis dalam bentuk

$$a_0(x)\,y^{(n)} + a_1(x)\,y^{(n-1)} + ... + a_n(x)\,y = F(x)$$

  dengan $a_0, a_1, ..., a_n$ *dan* $F$ merupakan fungsi-fungsi dari $x$ saja, $a_0(x) \neq 0$.
- Persamaan ini merupakan kasus khusus dari bentuk umum PD yang disebut dengan **Persamaan Diferensial Linear** orde $n$.

# 1.4 Persamaan Diferensial Linear dan Tak Linear

- Suatu persamaan diferensial dikatakan liniar jika tidak ada perkalian antar variabel-variabel tak bebas dan derivatif-derifatifnya atau dapat ditulis dalam bentuk

$$a_0(x)\,y^{(n)} + a_1(x)\,y^{(n-1)} + \ldots + a_n(x)\,y = F(x)$$

  dengan $a_0, a_1, \ldots, a_n$ *dan* $F$ merupakan fungsi-fungsi dari $x$ saja, $a_0(x) \neq 0$.
- Persamaan ini merupakan kasus khusus dari bentuk umum PD yang disebut dengan **Persamaan Diferensial Linear** orde $n$.
- Persamaan diferensial yang tidak dapat ditulis dalam bentuk ini disebut **persamaan diferensial tak linear**.

# 1.4 Persamaan Diferensial Linear dan Tak Linear

- Suatu persamaan diferensial dikatakan liniar jika tidak ada perkalian antar variabel-variabel tak bebas dan derivatif-derifatifnya atau dapat ditulis dalam bentuk

$$a_0(x)\, y^{(n)} + a_1(x)\, y^{(n-1)} + \ldots + a_n(x)\, y = F(x)$$

dengan $a_0, a_1, \ldots, a_n$ *dan* $F$ merupakan fungsi-fungsi dari $x$ saja, $a_0(x) \neq 0$.

- Persamaan ini merupakan kasus khusus dari bentuk umum PD yang disebut dengan **Persamaan Diferensial Linear** orde $n$.
- Persamaan diferensial yang tidak dapat ditulis dalam bentuk ini disebut **persamaan diferensial tak linear**.
- Selain itu, persamaan diferensial yang tak linear dalam beberapa variabel tak bebas dikatakan tak liniar dalam variabel tersebut.

# 1.4 Persamaan Diferensial Linear dan Tak Linear

- Suatu persamaan diferensial dikatakan liniar jika tidak ada perkalian antar variabel-variabel tak bebas dan derivatif-derifatifnya atau dapat ditulis dalam bentuk

$$a_0(x)\,y^{(n)} + a_1(x)\,y^{(n-1)} + \ldots + a_n(x)\,y = F(x)$$

  dengan $a_0, a_1, \ldots, a_n$ *dan* $F$ merupakan fungsi-fungsi dari $x$ saja, $a_0(x) \neq 0$.
- Persamaan ini merupakan kasus khusus dari bentuk umum PD yang disebut dengan **Persamaan Diferensial Linear** orde $n$.
- Persamaan diferensial yang tidak dapat ditulis dalam bentuk ini disebut **persamaan diferensial tak linear**.
- Selain itu, persamaan diferensial yang tak linear dalam beberapa variabel tak bebas dikatakan tak liniar dalam variabel tersebut.
- Persamaan diferensial yang tak liniar dalam himpunan semua variabel tak bebas secara sederhana dikatakan tak linear.

# 1.4 Persamaan Diferensial Linear dan Tak Linear

## Examples

Identifikasi sifat linearitas dari beberapa contoh PD berikut

$$
\begin{aligned}
y' + 4xy' + 2y &= \cos x \\
y'' + 4yy' + 2y &= \cos x \\
\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \frac{\partial y}{\partial t} + xy &= \sin t \\
y'' + x \ \cos y' - xy &= x^2 \\
y'' - 4x^2 y' + 5y^2 &= 0
\end{aligned}
$$

# 1.4 Persamaan Diferensial Linear dan Tak Linear

## Solution

1. *Linear dalam $y$*

# 1.4 Persamaan Diferensial Linear dan Tak Linear

**Solution**

1. *Linear dalam* $y$
2. *Tak linear dalam* $y$ *karena memuat* $yy'$

# 1.4 Persamaan Diferensial Linear dan Tak Linear

**Solution**

1. *Linear dalam* $y$
2. *Tak linear dalam* $y$ *karena memuat* $yy'$
3. *Linear dalam setiap variabel tak bebas* $x$ *atau* $y$, *namun tak linear dalam himpunan* $\{x, y\}$, *sehingga PD tak linear*

# 1.4 Persamaan Diferensial Linear dan Tak Linear

**Solution**

1. *Linear dalam* $y$
2. *Tak linear dalam* $y$ *karena memuat* $yy'$
3. *Linear dalam setiap variabel tak bebas* $x$ *atau* $y$*, namun tak linear dalam himpunan* $\{x, y\}$ *, sehingga PD tak linear*
4. *Tak linear*

# 1.4 Persamaan Diferensial Linear dan Tak Linear

## Solution

1. *Linear dalam $y$*
2. *Tak linear dalam $y$ karena memuat $yy'$*
3. *Linear dalam setiap variabel tak bebas $x$ atau $y$, namun tak linear dalam himpunan $\{x, y\}$, sehingga PD tak linear*
4. *Tak linear*
5. *Tak linear*

# 1.4 Persamaan Diferensial Linear dan Tak Linear

### Problem

*Tentukan sifat kelinearan, orde, dan derajat dari beberapa contoh PD berikut*

$$\begin{aligned}
&(1) & ty' - y &= 2t^4 \\
&(2) & 5\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{dx}{dt} + 9x &= 2\cos 3t \\
&(3) & 2x(y+1)\,dx - \left(x^2+1\right)dy &= 0 \\
&(4) & \left(y''\right)^2 + 2y' + 2y^2 &= 0
\end{aligned}$$

# 1.5 Menemukan Persamaan Diferensial

## 1.5 Menemukan Persamaan Diferensial

# 1.5 Menemukan Persamaan Diferensial

Menemukan persamaan diferensial dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Hitunglah banyaknya konstanta sembarang yang terdapat dalam persamaan yang akan dicari bentuk persamaan diferensialnya.
2. Hilangkan semua konstanta sembarang itu dengan cara eliminasi.
3. Jika konstanta sembarang sebanyak $n$, maka dibutuhkan $n+1$ persamaan untuk melakukan eliminasi. $n+1$ persamaan dapat diperoleh dengan cara mendiferensialkan persamaan semula sampai turunan ke$-n$.
4. Banyaknya konstanta sembarang menunjukkan pangkat tertinggi dari turunan dalam persamaan diferensial yang dicari.

# 1.5 Menemukan Persamaan Diferensial

**Examples**

Tentukan bentuk persamaan diferensial dari persamaan-persamaan berikut:

1. $y = Ce^{-4x}$, $C$ merupakan konstanta sembarang
2. $y = A\sin 3x + B\cos 3x$, $A$ dan $B$ konstanta sembarang
3. $y = Ae^{-2x} + Be^{3x}$, $A$ dan $B$ konstanta sembarang

# 1.5 Menemukan Persamaan Diferensial

## Solution

1. *Karena terdapat 1 konstanta, maka dibutuhkan 2 persamaan untuk memperoleh bentuk persamaan diferensial yang dicari.*
   *Persamaan kedua dapat diperoleh dengan melakukan diferensiasi pada persamaan awal.*
   *Dengan demikian, diperoleh masing-masing*

$$\begin{aligned} y &= Ce^{-4x} \quad (1) \\ y' &= -4e^{-4x} \quad (2) \end{aligned}$$

   *Dari persamaan* $(1)$ *diperoleh*

$$C = ye^{4x} \quad (3)$$

# 1.5 Menemukan Persamaan Diferensial

## Solution

1. *Subtitusi persamaan* (3) *ke persamaan* (2) , *maka diperoleh bentuk persamaan diferensial*

$$\begin{aligned} y' &= -4ye^{4x}e^{-4x} \\ &= -4y \end{aligned}$$

*Dengan demikian, diperoleh persamaan diferensial orde satu (sesuai dengan banyak konstanta), yaitu*

$$y' + 4y = 0 \quad atau \quad \frac{dy}{dx} + 4y = 0$$

# 1.5 Menemukan Persamaan Diferensial

## Solution

2. *Dengan cara yang sama, persamaan ini dapat kita selesaikan sebagai berikut*

$$\begin{aligned} y &= A\sin 3x + B\cos 3x && (1) \\ y' &= 3A\cos 3x - 3B\sin 3x && (2) \\ y'' &= -9A\sin 3x - 9B\cos 3x && (3) \end{aligned}$$

*Dari persamaan* (1) *dan* (3) *diperoleh*

$$\begin{aligned} y'' &= -9A\sin 3x - 9B\cos 3x = -9\left(A\sin 3x + B\cos 3x\right) \\ &= -9y \end{aligned}$$

*Dengan demikian, diperoleh persamaan diferensial orde dua*

$$y'' + 9y = 0$$

# 1.5 Menemukan Persamaan Diferensial

Solution

3. *Dari turunan pertama dan kedua diperoleh*

$$\begin{aligned} y &= Ae^{-2x} + Be^{3x} && (1) \\ y' &= -2Ae^{-2x} + 3Be^{3x} && (2) \\ y'' &= 4Ae^{-2x} + 9Be^{3x} && (3) \end{aligned}$$

*Dari persamaan* (2) *dan* (3) , *diperoleh*

$$\left| \begin{array}{l} y' = -2Ae^{-2x} + 3Be^{3x} \\ y'' = 4Ae^{-2x} + 9Be^{3x} \\ \phantom{x} \end{array} \right| \begin{array}{l} \times 2 \\ \times 1 \\ \phantom{x} \end{array} \left| \begin{array}{ll} 2y' = -4Ae^{-2x} + 6Be^{3x} & \\ \;\; y'' = 4Ae^{-2x} + 9Be^{3x} & \\ \hline y'' + 2y' = 15Be^{3x} & (4) \end{array} \right|$$

# 1.5 Menemukan Persamaan Diferensial

## Solution

3. *Dari persamaan* (1) *dan* (3) , *diperoleh*

$$\left|\begin{array}{l} y = Ae^{-2x} + Be^{3x} \\ y'' = 4Ae^{-2x} + 9Be^{3x} \\ \phantom{y} \end{array}\right| \begin{array}{l} \times 4 \\ \times 1 \\ \phantom{y} \end{array} \left|\begin{array}{ll} 4y = 4Ae^{-2x} + 4Be^{3x} & \\ y'' = 4Ae^{-2x} + 9Be^{3x} & \\ \hline y'' - 4y = 5Be^{3x} & (5) \end{array}\right|$$

*Dari persamaan* (4) *dan* (5) , *diperoleh*

$$\left|\begin{array}{l} y'' + 2y' = 15Be^{3x} \\ y'' - 4y = 5Be^{3x} \\ \phantom{y} \end{array}\right| \begin{array}{l} \times 1 \\ \times 3 \\ \phantom{y} \end{array} \left|\begin{array}{ll} y'' + 2y' = 15Be^{3x} & \\ 3y'' - 12y = 15Be^{3x} & \\ \hline -2y'' + 2y' - 12y = 0 & (5) \end{array}\right|$$

*Dengan demikian, diperoleh persamaan diferensial orde dua, yaitu*

$$y'' - y' + 6y = 0 \quad atau \quad \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} + 6y = 0$$

# 1.6 Solusi Persamaan Diferensial dan Masalah Nilai Awal

## 1.6 Solusi Persamaan Diferensial dan Masalah Nilai Awal

# 1.6 Solusi Persamaan Diferensial dan Masalah Nilai Awal

- **Solusi dari persamaan diferensial** adalah sembarang fungsi yang memenuhi untuk persamaan diferensial tersebut.

# 1.6 Solusi Persamaan Diferensial dan Masalah Nilai Awal

- **Solusi dari persamaan diferensial** adalah sembarang fungsi yang memenuhi untuk persamaan diferensial tersebut.
- Solusi dari persamaan diferensial orde $n$ pada suatu interval $I$ adalah suatu fungsi $y = f(x)$ yang memiliki paling sedikit turunan sampai ke $n$ pada $I$ dan memenuhi persamaan diferensial yang diberikan untuk semua $x$ di interval $I$.

# 1.6 Solusi Persamaan Diferensial dan Masalah Nilai Awal

- **Solusi dari persamaan diferensial** adalah sembarang fungsi yang memenuhi untuk persamaan diferensial tersebut.
- Solusi dari persamaan diferensial orde $n$ pada suatu interval $I$ adalah suatu fungsi $y = f(x)$ yang memiliki paling sedikit turunan sampai ke $n$ pada $I$ dan memenuhi persamaan diferensial yang diberikan untuk semua $x$ di interval $I$.
- Secara umum, solusi persamaan diferensial dibedakan menjadi 2 macam, yaitu solusi umum dan solusi khusus:

# 1.6 Solusi Persamaan Diferensial dan Masalah Nilai Awal

- **Solusi dari persamaan diferensial** adalah sembarang fungsi yang memenuhi untuk persamaan diferensial tersebut.
- Solusi dari persamaan diferensial orde $n$ pada suatu interval $I$ adalah suatu fungsi $y = f(x)$ yang memiliki paling sedikit turunan sampai ke $n$ pada $I$ dan memenuhi persamaan diferensial yang diberikan untuk semua $x$ di interval $I$.
- Secara umum, solusi persamaan diferensial dibedakan menjadi 2 macam, yaitu solusi umum dan solusi khusus:
  1. **Solusi umum** adalah solusi PDB yang mengandung suatu kontanta, misalnya K atau C. sebagai contoh diketahui suatu PDB $y' = 3y + 1. = 3y + 1$, maka solusi umumnya adalah $y = -1/3 + Ce^{3x}$.

# 1.6 Solusi Persamaan Diferensial dan Masalah Nilai Awal

- **Solusi dari persamaan diferensial** adalah sembarang fungsi yang memenuhi untuk persamaan diferensial tersebut.
- Solusi dari persamaan diferensial orde $n$ pada suatu interval $I$ adalah suatu fungsi $y = f(x)$ yang memiliki paling sedikit turunan sampai ke $n$ pada $I$ dan memenuhi persamaan diferensial yang diberikan untuk semua $x$ di interval $I$.
- Secara umum, solusi persamaan diferensial dibedakan menjadi 2 macam, yaitu solusi umum dan solusi khusus:
    1. **Solusi umum** adalah solusi PDB yang mengandung suatu kontanta, misalnya K atau C. sebagai contoh diketahui suatu PDB $y' = 3y + 1. = 3y + 1$, maka solusi umumnya adalah $y = -1/3 + Ce^{3x}$.
    2. **Solusi khusus** adalah solusi yang tidak mengandung suatu konstanta yang disebabkan oleh tambahan syarat awal pada suatu PDB. Misal suatu PDB $y' = 3y + 1,\ y(0) = 1$, maka solusi khususnya adalah $y = -1/3\ + 4/3\ e^{3x}$, dengan syarat atau nilai awal $y(0) = 1$.

# 1.6 Solusi Persamaan Diferensial dan Masalah Nilai Awal

**Example**

Tunjukkan bahwa persamaan

1. $y = e^x - x$
2. $y = 3e^x - x$
3. $y = Ce^x - x$

adalah solusi dari persamaan diferensial

$$\frac{dy}{dx} - y = x - 1$$

# 1.6 Solusi Persamaan Diferensial dan Masalah Nilai Awal

## Solution

1. *Diketahui*

$$y = e^x - x \quad \textit{sehingga} \quad \frac{dy}{dx} = e^x - 1$$

*Subtitusi pada ruas kiri persamaan diferensial yang diberikan dan tunjukkan kebenarannya*

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} - y &= (e^x - 1) - (e^x - x) \\ &= x - 1 \end{aligned}$$

# 1.6 Solusi Persamaan Diferensial dan Masalah Nilai Awal

Solution

2. *Dengan cara yang sama,*

$$y = 3e^x - x \quad \textit{sehingga} \quad \frac{dy}{dx} = 3e^x - 1$$

*Subtitusi pada ruas kiri persamaan diferensial yang diberikan dan tunjukkan kebenarannya*

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} - y &= (3e^x - 1) - (3e^x - x) \\ &= x - 1 \end{aligned}$$

# 1.6 Solusi Persamaan Diferensial dan Masalah Nilai Awal

**Solution**

3. *Dengan cara yang sama,*

$$y = Ce^x - x \quad \textit{sehingga} \quad \frac{dy}{dx} = Ce^x - 1$$

*Subtitusi pada ruas kiri persamaan diferensial yang diberikan dan tunjukkan kebenarannya*

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} - y &= (Ce^x - 1) - (Ce^x - x) \\ &= x - 1 \end{aligned}$$

Perhatikan bahwa nomor (1) dan (2) adalah contoh solusi khusus PD, sedangkan nomor (3) menunjukkan salah satu contoh solusi umum PD.

# * Soal-Soal Latihan 1

**Latihan 1**

# * Soal-Soal Latihan 1

## Problem

1. *Carilah bentuk persamaan diferensial dari persamaan yang memuat konstanta sembarang berikut:*
   a. $y = x^3 + Ax^2 + Bx + C;\quad A, B, C$ *konstanta sembarang*
   b. $x = C_1 \cos(wt + C_2);\quad C_1, C_2$ *konstanta sembarang*
   c. $r = \alpha(1 - \cos t);\quad \alpha$ *konstanta sembarang*
   d. $(x - c)^2 + y^2 = r^2;\quad c$ *konstanta sembarang*
2. *Tunjukkan bahwa* $y = c_1 \sin x + c_2 \cos x$, *dimana* $c_1$ *dan* $c_2$ *konstanta, merupakan solusi dari persamaan diferensial linear*

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y(x) = 0$$

# * Soal-Soal Latihan 1

Problem

3. *Tunjukkan bahwa relasi* $x^2 + y^2 = 4$, *mendefinisikan suatu solusi implisit dari persamaan diferensial tak linear*

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$$

4. *Tunjukkan bahwa relasi* $\sin(xy) + y^2 - x = 0$, *mendefinisikan solusi dari persamaan diferensial*

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1 - \cos(xy)}{x\cos(xy) + 2y}$$

**" Terima Kasih, Semoga Bermanfaat "**