

LAPORAN PENELITIAN

**KOLABORATIF DOSEN DAN MAHASISWA (PKDM) MIPA
DANA PNBP TAHUN ANGGARAN 2015**



**PENGEMBANGAN BAHAN AJAR MATERI LUAS DAERAN
MENGUNAKAN INTEGRAL DENGAN PENDEKATAN ILMIAH
(*SCIENTIFIC APPROACH*) UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN
PENALARAN MAHASISWA
PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA**

**Drs. Sumarno Ismail, M. Pd
NIDN: 0029116204**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN IPA
UNIVERSITAS NEGERI GORONTALO
2015**

HALAMAN PENGESAHAN
PENELITIAN KOLABORATIF DANA BLU/PNBP FMIPA

Judul : Pengembangan Bahan Ajar Materi Luas Daerah Menggunakan Integral Dengan Pendekatan Ilmiah (*Scientific Approach*) Untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran Mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika.

Peneliti : Drs. Sumarno Ismail, M.Pd

NIDN : 0029116204

Jabatan Fungsional : Lektor Kepala.

Program Studi : Pendidikan Matematika

No. HP : 08124416886

E-mail : sumarn@ung.ac.id

Lama Penelitian : 6 (Enam) bulan

Biaya Penelitian : Rp.10.000.000,00 (sepuluh juta rupiah)

Biaya Tahun Berjalan: Biaya diusulkan ke lembaga : Rp. 18.450.000,00
Dana Internal PT : -
Dana Institusi Lain : -

Gorontalo, Desember
2015

Mengetahui Peneliti,
Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Prof. Dr. Evi Hulukati, M.Pd
M.Pd
NIP. 196005301986032001
196211291988031003

Drs. Sumarno Ismai,
NIP.

Mmengetahui,
Kepala Lembaga Penelitian

Prof. Dr. Abd. Kadir Masaong, M.Pd
NIP. 196111141987031003

I. Identitas Penelitian

1. Judul Usulan : Pengembangan Bahan Ajar Materi Luas Daerah Menggunakan Integral Dengan Pendekatan Ilmiah (*Scientific Approach*) Untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran Mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika.
2. Ketua Peneliti :
- a) Nama Lengkap : Drs. Sumarno Ismail, M. Pd
b) Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika
c) Jabatan Struktural : -
d) Jabatan Fungsional : Lektor Kepala
e) Unit Kerja : Jurusan Matematika FMIPA UNG
f) Alamat Surat : Jurusan matematika MIPA UNG
g) Telepon/Faks : 08124416886
h) e-mail : suamrno@ung.ac.id
3. Anggota Peneliti

No	Nama dan Gelar Akademik	Bidang Keahlian	Instansi	Alokasi Waktu
-	-	-	-	-

4. Objek penelitian : Pengembangan Bahan Ajar Materi Luas Daerah Menggunakan Integral dengan Pendekatan Ilmiah.
5. Masa Pelaksanaan :
Mulai : Juli 2015
Berakhir : Desember 2015
6. Anggaran yang diusulkan : Rp. 18.450.000,-
7. Lokasi Penelitian : Jurusan Matematika FMIPA UNG
8. Hasil Yang ditargetkan : Tersedianya bahan ajar materi integral dengan prototype pendekatan ilmiah (*scientific approach*) untuk peningkatan kemampuan penalaran.
9. Keterangan lain : 1. Tahap Pengembangan Bahan Ajar dilakukan berdasarkan alur pengembangan adopsi-adaptasi mode 4D dan model yang dikemukakan oleh Zulkardi.
2. Penelitian ini melibatkan mahasiswa Progam Studi Pendidikan Matematika dalam menyiapkan proposal untuk penyusunan skripsi. Judul proposal skripsi yang dapat dikolaborasikan adalah:
1) Pengembangan Bahan Ajar Materi Luas dengan Pendekatan Sainifik Untuk Kemampuan Penalaran Siswa.
2) Pengaruh Pendekatan Generatif Terhadap Kemampuan Penalaran Siswa SMP Pada Materi Lingkaran
3) Profil Kemampuan Penalaran Matemtika Siswa SMA Di Kota Gorontalo
4) Pengaruh Pendekatan Sainifik Terhadap Kemampuan Penalaran Matematika Siswa SMA Negeri Telaga Biru Pada Materi SPLDV
5) Meningkatkan Kemampuan Penalaran Siswa Pada Materi Integral Melalui Pendekatan Sainifik

II. Substansi Penelitian

ABSTRAK

Kemampuan penalaran matematika wajib dimiliki oleh siswa terutama bagi mahasiswa Program Studi Pendidikan matematika sebagai calon guru. Kemampuan penalaran ini akan diterapkan ketika mahasiswa tersebut sudah menjadi guru atau mengajar di tingkat sekolah. Proses pembelajaran matematika di sekolah diharapkan mampu meningkatkan kemampuan penalaran siswa, oleh karena itu mahasiswa sebagai calon guru perlu mendapatkan bekal tentang kemampuan penalaran matematika. Kemampuan dasar yang harus dimiliki oleh mahasiswa matematika adalah pada matakuliah kalkulus. Matakuliah kalkulus merupakan matakuliah wajib di Jurusan matematika FMIPA UNG. Kemampuan mahasiswa pada matakuliah kalkulus masih relatif rendah baik dari pemahaman konsep maupun kemampuan penalaran matematika mahasiswa.

Oleh karena itu perlu dikembangkan bahan ajar yang didesain untuk meningkatkan kemampuan penalaran matematika mahasiswa. Bahan ajar yang disusun dengan prototype pendekatan ilmiah (*Scientific Approach*). Pendekatan ilmiah ilmiah (*Scientific Approach*) yang dimaksud dalam penelitian ini adalah mengamati (*observing*), menanya (*questioning*), menalar (*associating*), mencoba (*experimenting*) dan membentuk jaringan (*networking*). Tujuan penelitian ini adalah mengembangkan bahan ajar materi luas daerah menggunakan integral dengan pendekatan Ilmiah (*Scientific Approach*). Dengan bahan ajar tersebut siswa dan mahasiswa belajar dalam suasana menyenangkan serta dapat menunjukkan profil kemampuan penalarannya .

Kata Kunci : Pengembangan Bahan Ajar, Pendekatan ilmiah (*Scientific Approach*), Kemampuan Penalaran, Luas daerah, Integral

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Materi integral merupakan salah satu materi pokok di dalam kurikulum matematika sekolah dan sesuai kurikulum Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Negeri Gorontalo materi tersebut terbanyak dalam mata kuliah kalkulus II. Oleh sebab itu status materi ini adalah materi pokok untuk siswa SMA/MA dan mahasiswa jurusan matematika atau program studi pendidikan matematika. Bagi mahasiswa, topik tentang integral merupakan materi dasar untuk menunjang matakuliah lainnya. Bagi mahasiswa, materi integral akan berdampak pada penguasaan atau pemahaman materi di matakuliah lainnya seperti metode numerik, analisis real, persamaan diferensial, geometri analitik dan lain-lain. Secara umum mahasiswa dengan kemampuan kalkulus yang baik, selain dapat memahamai dengan mudah untuk beberapa matakuliah lanjutan. Bagi siswa penguasaan materi tersebut juga membantu memudahkan memahami materi lain seperti membuktikan luas bidang datar dan volum benda dan penerapan lain di mata pelajaran fisika dan ekonomi

Objek matematika dalam materi integral khususnya luas daerah adalah kumpulan fakta, konsep, operasi dan prinsip yang harus dikuasai oleh mahasiswa. Penguasaan materi materi integral dengan tingkat penalaran yang tinggi akan memudahkan mahasiswa dalam menerapkan konsep-konsep yang ada di dalam kalkulus pada umumnya . Tujuan yang hendak dicapai setelah siswa atau mahasiswa mempelajari integral adalah penataan pola pikir ilmiah yang kritis, logis dan sistematis. Kemampuan penalaran dan kreativitas yang terlatih membantu merancang model matematika. Siswa atau mahasiswa yang terampil dalam teknis matematika, apabila didukung oleh penguasaan konsep, kemampuan penalaran.

Berdasarkan pengalaman selama mengampu matakuliah kalkulus, dijumpai sebagian mahasiswa kesulitan mengembangkan kemampuan penalarannya dalam materi dalam kalkulus diantaranya konsep tentang limit, kekontinuan fungsi, turunan fungsi dan aplikasinya serta integral. Penyebab rendahnya pemahaman mahasiswa terhadap materi kalkulus diantaranya kurangnya kemampuan mahasiswa dalam hal penalaran. Kecenderungan siswa dan mahasiswa adalah mencontoh materi diperoleh di dalam

pembelajaran dan dari dalam bahan ajar. Data perolehan nilai mahasiswa pada matakuliah kalkulus tiga tahun terlihat pada Tabel 1:

Tabel 1 Data Nilai Kalkulus

Tahun Akademik	Nilai				
	A	B	C	D	E
2012/2013	0.00%	13.70%	38.36%	32.88%	15.07%
2013/2014	3.23%	17.74%	67.74%	8.06%	3.23%
2014/2015	4.23%	16.74%	69.74%	6.06%	3.23%

Kemampuan penalaran merupakan salah satu komponen kemampuan yang direkomendasikan oleh *National Council of Teacher of Mathematics* (NCTM,2006) yaitu kemampuan pemecahan masalah (*problem solving*), kemampuan penalaran dan bukti (*reasoning and proof*), kemampuan komunikasi (*communication*), kemampuan koneksi (*connection*), dan kemampuan representasi (*representation*). Mengembangkan kemampuan mahasiswa matematika sebagai calon guru di tingkat SD, SMP dan SMA perlu memperhatikan perkembangan kurikulum yang ada. Didalam Kemendikbud, (2013) dipaparkan bahwa proses pembelajaran berdasarkan kurikulum 2013 meliputi tiga ranah, yaitu sikap, pengetahuan, dan keterampilan. Pelaksanaan kurikulum 2013 di tingkat mahasiswa yang berpusat pada mahasiswa perlu melakukan perubahan baik proses pembelajaran maupun ketersediaan sumber bacaan mahasiswa. Pendekatan ilmiah (*Scientific Approach*) dalam pembelajaran mencakup mengamati (*observing*), menanya (*questioning*), menalar (*associating*), mencoba (*experimenting*) dan membentuk jaringan (*networking*) (Kemendikbud, 2013). Pendekatan ilmiah dalam proses pembelajaran kalkulus diharapkan dapat meningkatkan penalaran mahasiswa yang berdampak pada pemahaman mahasiswa pada matakuliah ini akan semakin tinggi. Berdasarkan masalah yang telah dikemukakan di atas, maka perlu dilakukan pengembangan bahan ajar kalkulus materi integral yang didasarkan pada kajian ilmiah. Bahan ajar dimaksudkan untuk mengatasi kesulitan mahasiswa dalam memahami materi kalkulus dan untuk meningkatkan kemampuan penalaran. Bahan ajar disusun dengan pendekatan ilmiah sebagai implikasi dari kurikulum 2013.

1.2. Identifikasi Masalah

Berdasarkan latar belakang yang dikemukakan di atas dapat diidentifikasi beberapa masalah sebagai berikut :

- a. Siswa dan mahasiswa belum maksimal mengembangkan kemampuan penalarannya sehingga mengalami kesulitan dalam memahami materi integral.
- b. Siswa dan mahasiswa sulit menerapkan konsep kalkulus khususnya materi integral untuk matakuliah lanjutan.
- c. Sumber bacaan siswa dan mahasiswa yang berkaitan dengan kalkulus khususnya materi integral yang memiliki prototype tertentu sangat kurang sehingga membuat siswa dan mahasiswa tidak lemah dalam memahami konsep.
- d. Siswa dan mahasiswa sulit megembangkan kemampuan penalarannya dengan sumber bacaan yang tersedia sekarang.

1.3. Rumusan Masalah

Berdasarkan identifikasi masalah di atas maka dirumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana mengembangkan bahan ajar kalkulus II materi integral khususnya luas daerah dengan pendekatan ilmiah (*Scientific Approach*) yang valid untuk meningkatkan kemampuan penalaran siswa dan mahasiswa program studi pendidikan matematika?

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui kevalidan bahan ajar kalkulus materi integral khususnya luas daera dengan pendekatan ilmiah (*Scientific Approach*) dalam meningkatkan kemampuan penalaran mahasiswa program studi pendidikan matematika.

1.5 Urgensi (Keutamaan) Penelitian

Perbaikan proses pembelajaran terus dilakukan dengan berbagai cara. Saat ini kurikulum pendidikan di Indonesia hampir seluruh sekolah mengacu pada kurikulum 2013. Pendekatan yang digunakan dalam kurikulum 2013 dianggap mampu memecahkan masalah pembelajaran yang ada. Kurikulum 2013 mengatakan bahwa

pembelajaran merupakan proses ilmiah yang didesain oleh guru atau dosen dengan berbagai macam metode, tehnik ataupun model pembelajaran. Amanat kurikulum 2013 menekankan pada pendekatan ilmiah dalam proses pembelajaran. Kemendikbud, (2013) menjelaskan bahwa pendekatan ilmiah diyakini sebagai titian emas perkembangan dan pengembangan sikap, keterampilan, dan pengetahuan peserta didik. Pendekatan ilmiah lebih menitikberatkan pada investigasi dari suatu fenomena atau gejala, memperoleh pengetahuan baru, pada teknik-teknik investigasi atas fenomena atau gejala, memperoleh pengetahuan baru, atau mengoreksi dan memadukan pengetahuan sebelumnya. Pendekatan ilmiah yang tertuang dalam kurikulum 2013 dipandang dapat memberikan solusi pada proses pembelajaran yang berlangsung pada mahasiswa umumnya pada matakuliah kalkulus. Pemahaman siswa untuk materi integral dan pemahaman mahasiswa pada matakuliah kalkulus pada umumnya masih sangat rendah hal ini disebabkan oleh rendahnya tingkat penalaran matematika mahasiswa. Selain itu kurang tersedianya sumber bacaan yang memberikan kemudahan bagi mahasiswa untuk memahami lebih mendalam tentang konsep-konsep yang ada pada kalkulus. Akibat dari rendahnya penalaran matematika mahasiswa pada matakuliah kalkulus, berakibat mereka terhambat pada matakuliah lanjutan yang mempersyaratkan matakuliah kalkulus I dan kalkulus II.

Desain bahan ajar dengan pendekatan ilmiah dapat membantu mahasiswa untuk meningkatkan kemampuan penalaran matematika. Penerapan pendekatan ilmiah ilmiah (*Scientific Approach*) dalam proses pembelajaran matakuliah Kalkulus akan mendorong mahasiswa untuk melakukan eksplorasi melalui kegiatan mengamati, menanya, mengeksplorasi/mencoba, mengasosiasi, dan mengomunikasikan atau mempresentasikan. Penelitian ini merupakan penelitian pengembangan (*research and development*) yang berorientasi pada pengembangan suatu produk. Produk yang dihasilkan berupa bahan ajar materi luas daerah dengan pendekatan ilmiah (*Scientific Approach*) yang bertujuan untuk meningkatkan kemampuan penalaran matematika mahasiswa.

BAB II STUDI PUSTAKA

2.1 Pengembangan Perangkat Pembelajaran

Pengembangan perangkat pembelajaran antara lain bahan ajar yang digunakan dalam penelitian ini adalah mengikuti model yang dikembangkan oleh Thiagarajan. Model ini terdiri dari 4 tahapan mulai dari perencanaan sampai pada uji lapangan dan penyebaran yang sering dinamakan 4D. Pada umumnya pengembangan bahan ajar merujuk pada proses pengembangan perangkat pembelajaran model 4D Thiagarajan (1974) terdiri atas empat tahapan yaitu *define, design, develop, disseminate*. Dalam penelitian ini, tahapan pengembangan 4D selanjutnya dikombinasikan dengan prosedur pengembangan yang dijelaskan oleh Zulkardi (2009), seperti disajikan pada diagram berikut.

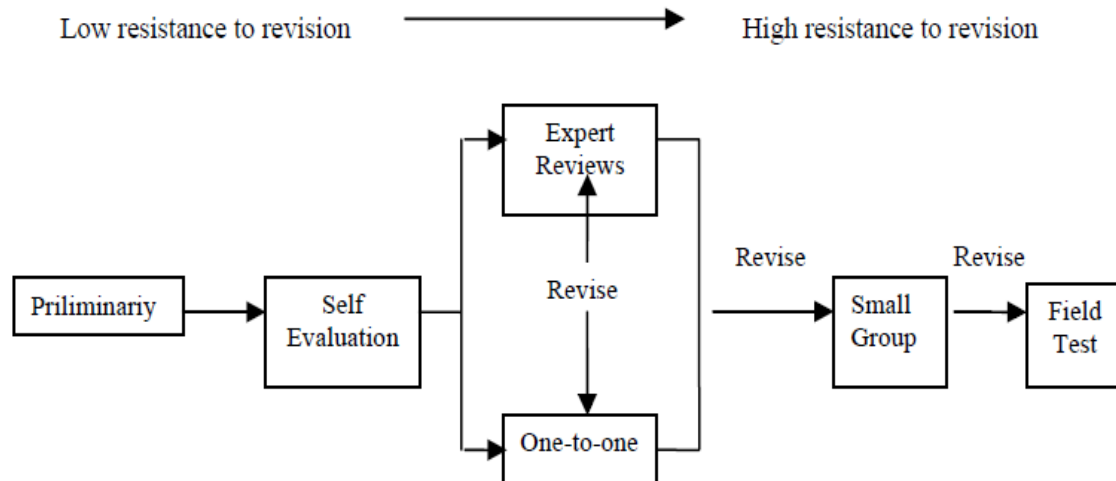


Diagram 2.1: Prosedur pengembangan menurut Zulkardi (2009)

Tahapan pengembangan 4D maupun prosedur pengembangan yang disajikan pada diagram 2.1 pada dasarnya sama. Modifikasi dilakukan oleh pengembangan sesuai dengan pertimbangan efektifitas dan efisiensi substansi yang dikembangkan. Untuk keperluan pengembangan bahan ajar dalam penelitian ini kedua model pengembangan di atas lebih lanjut diadopsi dan dimodifikasi sesuai dengan kebutuhan pengembangan bahan ajar untuk pengembangan kemampuan penalaran melalui pendekatan ilmiah dalam pembelajaran. Sehingga proses pengembangan bahan ajar dalam penelitian ini

tahapannya seperti yang ditunjukkan pada diagram 3.2 di bab metodologi di dalam penelitian ini.

2.2 Pendekatan Ilmiah

Pembelajaran matematika sangat diharapkan untuk memberikan pengetahuan dan keterampilan kepada peserta didik (siswa dan mahasiswa) agar mampu menghadapi tantangan baru dalam dinamika kehidupan yang makin kompleks. Oleh sebab itu dituntut aktivitas pembelajaran matematika yang bukan sekedar mengulang fakta dan fenomena keseharian yang dapat diduga, melainkan mampu menjangkau pada situasi baru yang kemungkinan akan terjadi. Peran pembelajaran matematika dalam posisi seperti ini menuntut peran dukungan kemajuan teknologi dan seni. Pembelajaran diharapkan mendorong kemampuan berpikir siswa hingga mamampu memberi penyelesaian masalah dalam situasi baru yang tak terduga.

Proses pembelajaran harus dipandu dengan kaidah-kaidah pendekatan ilmiah. Pendekatan ini bercirikan dimensi pengamatan, penalaran, penemuan, pengabsahan, pemecahan masalah dan penjelasan tentang suatu kebenaran. Jika proses pembelajaran matematika dianalog dari uraian di dalam Kemendikbud (2013) bahwa dalam proses pembelajaran disebut ilmiah jika memenuhi kriteria:

- 1) Substansi atau materi pembelajaran matematik berbasis pada fakta atau fenomena yang dapat dijelaskan dengan logika atau penalaran tertentu.
- 2) Penjelasan guru, respon peserta didik, dan interaksi edukatif guru-peserta didik terbebas dari prasangka yang serta-merta, pemikiran subjektif, atau penalaran yang menyimpang dari alur berpikir logis.
- 3) Mendorong dan menginspirasi peserta didik berpikir secara kritis, analistis, dan tepat dalam mengidentifikasi, memahami, memecahkan masalah, dan mengaplikasikan substansi atau materi pembelajaran matematika.
- 4) Mendorong dan menginspirasi peserta didik mampu berpikir hipotetik dalam melihat perbedaan, kesamaan, dan tautan satu sama lain dari substansi atau materi pembelajaran matematika.

- 5) Mendorong dan menginspirasi peserta didik mampu memahami, menerapkan, dan mengembangkan pola berpikir yang rasional dan objektif dalam merespon substansi atau materi pembelajaran matematika.
- 6) Berbasis pada konsep, teori, dan fakta empiris yang dapat dipertanggung-jawabkan.

Pembelajaran berdasarkan kurikulum 2013 lebih menekankan pada dimensi pedagogik modern dengan menggunakan pendekatan ilmiah. Desain pembelajaran menggunakan pendekatan ilmiah mencakup mengamati, menanya, menalar, mencoba dan membentuk jaringan. Desain pendekatan ilmiah ditunjukkan pada Gambar 1.

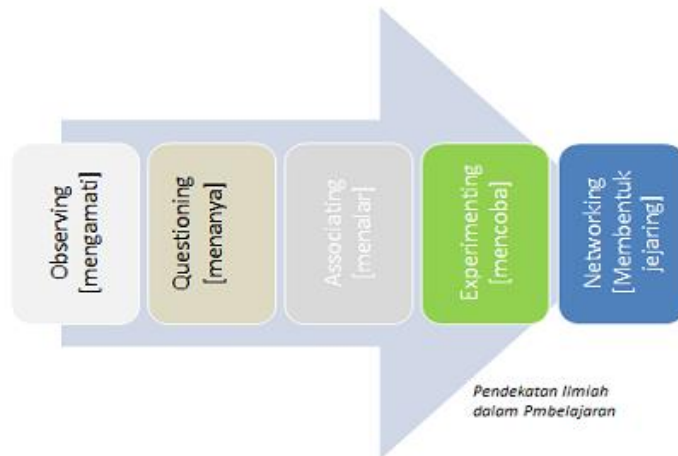


Diagram 2.2. Pendekatan Ilmiah dalam Pembelajaran (Kemendikbud, 2013)

Pendekatan ilmiah atau pendekatan saticific (*scientific appraoc*) dalam pembelajaran matematika sarasanya antara lain:

- 1) aktivitas belajar siswa atau mahasiswa adalah mencari tahu bukan hanya diberitahu;
- 2) siswa maupun mahasiswa belajar menggunakan beraneka macam sumber belajar;
- 3) kontekstual menjadi bingkai proses untuk penguatan penggunaan pendekatan ilmiah;
- 4) pembelajaran lebih mengutamakan pencapain kompetensi ;
- 5) pembelajaran tidak dilakuak secara parsial tetapi pembelajaran terpadu;
- 6) pembelajaran mengutamakan penyelesaian masalah multi dimensi;

- 7) pembelajaran bukan hanya pada tataran mengetahui dan memahami tetapi menciptakan keterampilan aplikatif;
- 8) peningkatan dan keseimbangan antara keterampilan fisik (*hardskills*) dan keterampilan mental (*softskills*);
- 9) pembelajaran yang mengutamakan pembudayaan dan pemberdayaan peserta didik sebagai pembelajar sepanjang hayat;
- 10) pembelajaran yang menerapkan nilai-nilai dengan memberi keteladanan, membangun kemampuan kognitif dan mengembangkan kreativitas;
- 11) pembelajaran yang menerapkan prinsip bahwa di mana saja ruang adalah kelas;
- 12) pembelajaran pemanfaatan teknologi informasi dan komunikasi untuk meningkatkan efisiensi dan efektivitas pembelajaran; dan
- 14) pengakuan atas perbedaan individual dan latar belakang budaya peserta didik.

Proses pembelajaran dengan pendekatan ilmiah seperti pada Gambar 1, dapat menciptakan suasana pembelajaran yang menyenangkan dan mampu mengeksplorasi semua kemampuan yang ada dalam peserta didik baik itu siswa maupun mahasiswa.

Penguatan proses pembelajaran Matematika melalui pendekatan saintifik, mendorong siswa lebih mampu dalam mengamati, menanya, mengeksplorasi/mencoba, mengasosiasi, dan mengomunikasikan atau mempresentasikan. Sebagai instrumen pembelajaran matematika harus merefleksikan kompetensi sikap ilmiah, berfikir ilmiah, dan keterampilan kerja ilmiah. Penjelasan singkat unsur-unsur pendekatan ilmiah adalah sebagai berikut:

- (1) Kegiatan mengamati bertujuan agar pembelajaran berkaitan erat dengan konteks situasi nyata yang dihadapi dalam kehidupan sehari-hari. Proses mengamati fakta atau fenomena mencakup mencari informasi, melihat, mendengar, membaca, dan atau menyimak.
- (2) Kegiatan menanya dilakukan sebagai salah satu proses membangun pengetahuan siswa dalam bentuk konsep, prinsip, prosedur, hukum dan teori, hingga berpikir metakognitif. Tujuannya agar siswa memiliki kemampuan berpikir tingkat tinggi (*critical thinking skill*) secara kritis, logis, dan sistematis. Proses menanya dilakukan melalui kegiatan diskusi dan kerja kelompok serta diskusi kelas. Praktik

diskusi kelompok memberi ruang kebebasan mengemukakan ide/gagasan dengan bahasa sendiri, termasuk dengan menggunakan bahasa daerah.

- (3) Kegiatan mencoba bermanfaat untuk meningkatkan keingintahuan siswa untuk memperkuat pemahaman konsep dan prinsip/prosedur dengan mengumpulkan data, mengembangkan kreatifitas, dan keterampilan kerja ilmiah. Kegiatan ini mencakup merencanakan, merancang, dan melaksanakan eksperimen, serta memperoleh, menyajikan, dan mengolah data. Pemanfaatan sumber belajar termasuk mesin komputasi dan otomasi sangat disarankan dalam kegiatan ini.
- (4) Kegiatan mengasosiasi bertujuan untuk membangun kemampuan berpikir dan bersikap ilmiah. Data yang diperoleh dibuat klasifikasi, diolah, dan ditemukan hubungan-hubungan yang spesifik. Kegiatan dapat dirancang oleh guru melalui situasi yang direkayasa dalam kegiatan tertentu sehingga siswa melakukan aktifitas antara lain menganalisis data, mengelompokkan, membuat kategori, menyimpulkan, dan memprediksi/mengestimasi dengan memanfaatkan lembar kerja diskusi atau praktik. Hasil kegiatan mencoba dan mengasosiasi memungkinkan siswa berpikir kritis tingkat tinggi (higher order thinking skills) hingga berpikir metakognitif.
- (5) Kegiatan mengomunikasikan adalah sarana untuk menyampaikan hasil konseptualisasi dalam bentuk lisan, tulisan, gambar/sketsa, diagram, atau grafik. Kegiatan ini dilakukan agar siswa mampu mengomunikasikan pengetahuan, keterampilan, dan penerapannya, serta kreasi siswa melalui presentasi, membuat laporan, dan/ atau unjuk karya.

2.3 Penalaran Matematika

Berbagai definisi para ahli yang berkaitan dengan penalaran matematika. Secara implisit definisi matematika juga merupakan aktifitas penalaran. Suwangsih (2006:3) memberikan penjelasan bahwa matematika lebih menekankan kegiatan dalam dunia rasio (penalaran), bukan hanya memberi penekankan pada hasil eksperimen atau hasil observasi. Dari pendapat ini dapat dipahami bahwa membppelajari objek matematika sangat memerlukan proses pikir. Matematika terbentuk karena pikiran-pikiran manusia yang berhubungan dengan idea, proses, dan penalaran.

Memperhatikan penjelasan Shadiq (2004:3) menyatakan bahwa kemampuan bernalar tidak hanya dibutuhkan siswa ketika mereka belajar matematika atau pelajaran lainnya namun sangat dibutuhkan setiap manusia memecahkan masalah ataupun disaat menentukan masalah. Penalaran merupakan proses berpikir khusus dimana terjadi penarikan kesimpulan, kesimpulan diambil berdasarkan pada premis yang ada.

Pengembangan pendapat di atas, selanjutnya Sa'adah, (2010:13) menyatakan bahwa penalaran merupakan suatu proses berpikir dalam menarik suatu kesimpulan yang berupa pengetahuan dan mempunyai karakteristik tertentu dalam menemukan kebenaran. Agar pengetahuan yang dihasilkan penalaran itu mempunyai dasar kebenaran maka proses berpikir itu harus dilakukan dengan suatu cara tertentu sehingga penarikan kesimpulan baru tersebut dianggap sah (valid).

Terhadap penalaran matematika, lebih lanjut Sa'adah, (2010:13) memberikan penegasan bahwa penalaran matematika (*mathematical reasoning*) diperlukan oleh siswa untuk menentukan apakah sebuah argumen matematika benar atau salah dan juga dipakai untuk membangun suatu argumen matematika. Penalaran matematika adalah proses berpikir secara logis dalam menghadapi problema dengan mengikuti ketentuan-ketentuan yang ada. Proses penalaran matematika diakhiri dengan memperoleh kesimpulan.

Aktifitas penalaran merupakan kegiatan yang dilakukan oleh peserta didik dalam memahami suatu permasalahan matematika yang disertai dengan proses berpikir induktif dan deduktif yang bertujuan untuk mendapatkan suatu kebenaran. Kebenaran yang diperoleh dapat menjadi kesimpulan dari permasalahan yang ada. Oleh karena itu kemampuan penalaran harus dikembangkan pada diri peserta didik.

Kemampuan penalaran (*reasoning*) matematis telah dijelaskan dalam dokumen Peraturan Dirjen Dikdasemen melalui Peraturan No. 506/C/PP/2004, TIM PPPG Matematika yang dirinci oleh Shadiq, (2009:14) sebagai berikut:

- a. Menyajikan pernyataan atau masalah matematika secara lisan, tertulis, gambar, dan diagram;
- b. Mengajukan dugaan (*conjectures*);
- c. Melakukan manipulasi matematika;

- d. Menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi;
- e. Menarik kesimpulan dari pernyataan;
- f. Memeriksa kesahihan suatu argument;
- g. Menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.

Memperhatikan pendapat di atas, penalaran matematika diartikan sebagai proses berpikir yang bertolak dari pengamatan indra (pengamatan empirik) terhadap sesuatu yang menghasilkan sejumlah konsep dan pengertian. Berdasarkan pengamatan yang sejenis juga akan terbentuk proposisi – proposisi yang sejenis dan keterkaitannya, berdasarkan sejumlah proposisi yang diketahui atau dianggap benar, orang menyimpulkan sebuah proposisi baru yang sebelumnya tidak diketahui.

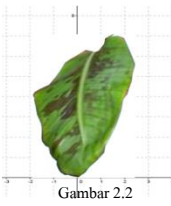
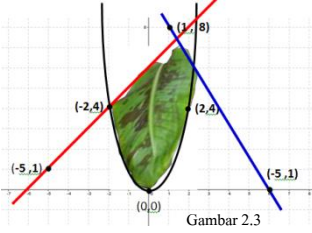
Proses berpikir untuk menarik kesimpulan berupa prinsip atau sikap yang berlaku khusus atau berlaku umum berdasarkan hasil pengamatan terhadap fakta-fakta, menghasilkan objek matematika yang dapat dinyatakan secara lisan, tertulis, gambar, dan diagram. Wujud hasil pengamatan tersebut selanjutnya diproses sehingga lahirlah dugaan (*conjectures*). Dugaan selanjutnya dimanipulasi dengan memanfaatkan semua pengetahuan dan pengalaman matematika untuk menunjukkan nilai kebenaran dugaan. Kumpulan argument di dalam pernyataan dengan nilai kebenarannya diproses lagi sedemikian sehingga diperoleh keputusan. Untuk mendapatkan pernyataan matematika yang argumennya meyakinkan nilai kebenarannya, Pernyataan tersebut selanjutnya dilakukan uji kesahihannya. Jika kesahihan nilai kebenaran teruji, maka pernyataan itu diterima sebagai pola atau sifat dari gejala matematis sebagai suatu generalisasi. Berikut diberikan contoh proses pikir sebagai penalaran (*reasoning*) matematis.



Gambar 2.1

Pebelajar (siswa atau mahasiswa) diberikan suatu objek untuk diamati misalnya daun tanaman. Permasalahan yang harus pikirkan penyelesaiannya adalah menemukan luas permukaan daun tersebut. Melalui contoh ini proses pikir siswa atau mahasiswa harus dikondisikan bahwa luas permukaan daun pisang tersebut mudah ditemukan. Tetapi mereka harus diingatkan kepada berbagai konsep yang terkait untuk menemukan penyelesaian masalah tersebut.

Tabel 2.1 : Proses Pikir dan Aktivitas Penalaran

Proses Pikir	Aktivitas dalam Penalaran
<p data-bbox="251 233 646 373">Menyajikan pernyataan atau masalah matematika menurut satu atau beberapa cara (lisan, tertulis, gambar atau diagram)</p> <p data-bbox="251 562 516 632">Mengajukan dugaan (<i>conjectures</i>)</p> <p data-bbox="251 1037 626 1106">Melakukan manipulasi matematika</p>	<div data-bbox="706 247 876 451">  <p data-bbox="760 430 836 451">Gambar 2.2</p> </div> <p data-bbox="898 233 1380 556">Membuat duplikat daun pada kertas millimeter sehingga diperoleh sebuah gambar. Dari gambar tersebut pernyataan masalah dianalogikan dengan bentuk-bentuk kurva yang bersesuaian sektsa obejk. Analog bentuk kurva yang ada di dalam kertas millimeter ditetapkan titik-titik koordinat yang dilalui oleh setiap kurva.</p> <div data-bbox="665 577 974 808">  <p data-bbox="844 787 925 808">Gambar 2.3</p> </div> <p data-bbox="995 562 1380 814">Membuat dugaan berdasarkan analog bentuk kurva dalam aktivitas di atas serta menetapkan atau menentukan titik-titik koordinat yang dilalui atau termuat pada setiap kurva.</p> <p data-bbox="670 821 1380 1031">Memperhatikan gambar duplikat daun pada gambar di atas, selanjutnya di ajukan <i>conjecture</i> terhadap rumus fungsi yang bersesuaian dengan duplikat di dalam gambar tersebut, yakni dugaan bahwa permukaan daun tersebut duplikatnya di dalam gambar terdiri dari grafik fungsi kuadrat dan fungsi linier.</p> <p data-bbox="670 1037 1380 1360"><i>Conjecture</i> yang diajukan berdasarkan gambar 2.1 dikaitkan dengan berbagai fakta, konsep, operasi dan prosedur matematika yang digunakan untuk menemukan rumus fungsi kuadrat dan fungsi linier yang grafiknya membatasi daerah yang merepresntasi permukaan daun. Oleh sebab itu manipulasi matematika harus diawali dengan menetapkan titik-titik koordinat yang dilalui oleh setiap kurva, seperti yang ditunjukkan pada gambar 2.3.</p> <p data-bbox="670 1367 1380 1472">Menemukan rumus fungsi kuadrat dengan menggunakan bentuk umum fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$, $c \neq 0$ dan fungsi linier $g(x) = mx + n$.</p> <p data-bbox="670 1478 1380 1547">Menggantikan absis pada setiap titik koordinat kedalam bentuk umum, sehingga:</p> <ol data-bbox="670 1554 1380 1873" style="list-style-type: none"> a. Dari $f(x) = ax^2 + bx + c$ diperoleh tiga buah persamaan linier yang membentuk system persamaan linier dalam variabel a, b dan c. b. Dari $g(x) = mx + n$ diperoleh dua buah persamaan linier yang membentuk system persamaan linier dalam variabel m dan n. c. Memanfaatkan metode untuk mencari penyelesaian system persaman linier dalam menemukan a, b dan c serta m dan n

Proses Pikir	Aktivitas dalam Penalaran
<p>Menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau buktiterhadap beberapa solusi.</p> <p>Memeriksa kesahihan suatu argumen</p> <p>Menentukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.</p>	<p>Apabila semua rumus fungsi dari grafik sudah ditemukan, maka aktivitas berikutnya adalah menemukan batas-batas integral, menentukan integran dan menjabarkannya menggunakan integral tertentu untuk menemukan luas daerah dimaksud.</p> <p>Menemukan luas daerah yang dibatasi oleh tiga kurva sebagai luas permukaan daun seperti yang terlihat pada gambar 2.3.</p> <p>Melakukan telaah untuk memastikan ketepatan semua objek matematika (fakta, konsep, operasi dan prosedur) yang digunakan untuk menetapkan simpulan bahwa luas permukaan daun sama dengan luas daerah yang dibatasi oleh tiga kurva seperti yang ditunjukkan pada gambar 3.2.</p> <p>Membuat generalisasi yang diperoleh dari semua aktivitas, bahwa luas permukaan suatu objek yang dapat direpresentasi di dalam suatu daerah yang dibatasi oleh suatu kurva atau dibatasi oleh beberapa kurva dapat dihitung dengan memanfaatkan integral tertentu.</p>

2.4 Kajian Awal dan Penelitian yang Relevan serta *Roadmap* Penelitian

Penelitian pendidikan dan pembelajaran matematika yang berhubungan dengan kemampuan penalaran sudah ada dosen maupun mahasiswa yang melakukannya. Sejak dicanangkan kurikulum 2013 dengan mengunggulkan pendekatan ilmiah, pada saat bersamaan berbagai kajian dalam bentuk makalah atau hasil penelitian juga dipublikasikan. Untuk memperkaya kajian tentang kemampuan penalaran yang dipadukan dengan pendekatan ilmiah (*scientific approach*) melalui penelitian masih sangat dibutuhkan. Sejalan dengan ide di dalam kurikulum 2013, telah dilakukan kajian awal secara teoretis tentang penalaran dan pendekatan ilmiah (*scientific approach*). Menjadi sesuatu yang menarik dikaji lebih lanjut melalui penelitian karena dipadukan dengan langkah-langkah pendekatan ilmiah (*scientific approach*). Hasil kajian teoretis tentang penalaran dan pendekatan ilmiah tersebut kemudian didiskusikan dengan beberapa mahasiswa program studi Pendidikan Matematika semester VII tahun 2015/2016 dalam suatu kegiatan *focus group discussion* (FGD). Diskusi ini menghasilkan beberapa masalah penelitian yang akan dilakukan oleh mahasiswa.

Kolaborasi dengan mahasiswa ini menetapkan pilihan masalah dengan tema ”penalaran siswa dan pendekatan ilmiah (*scientific approach*) dalam pembelajaran matematika”. Ide tersebut oleh mahasiswa dikonsultasikan dengan Dosen Penasehat Akademik (DPA) masing-masing mahasiswa. DPA memberi respon positif terhadap masalah tersebut untuk dilanjutkan menjadi masalah penelitian untuk skripsi mahasiswa.

Beberapa penelitian yang relevan dengan penelitian akan dilakukan adalah penelitian yang dilakukan oleh :

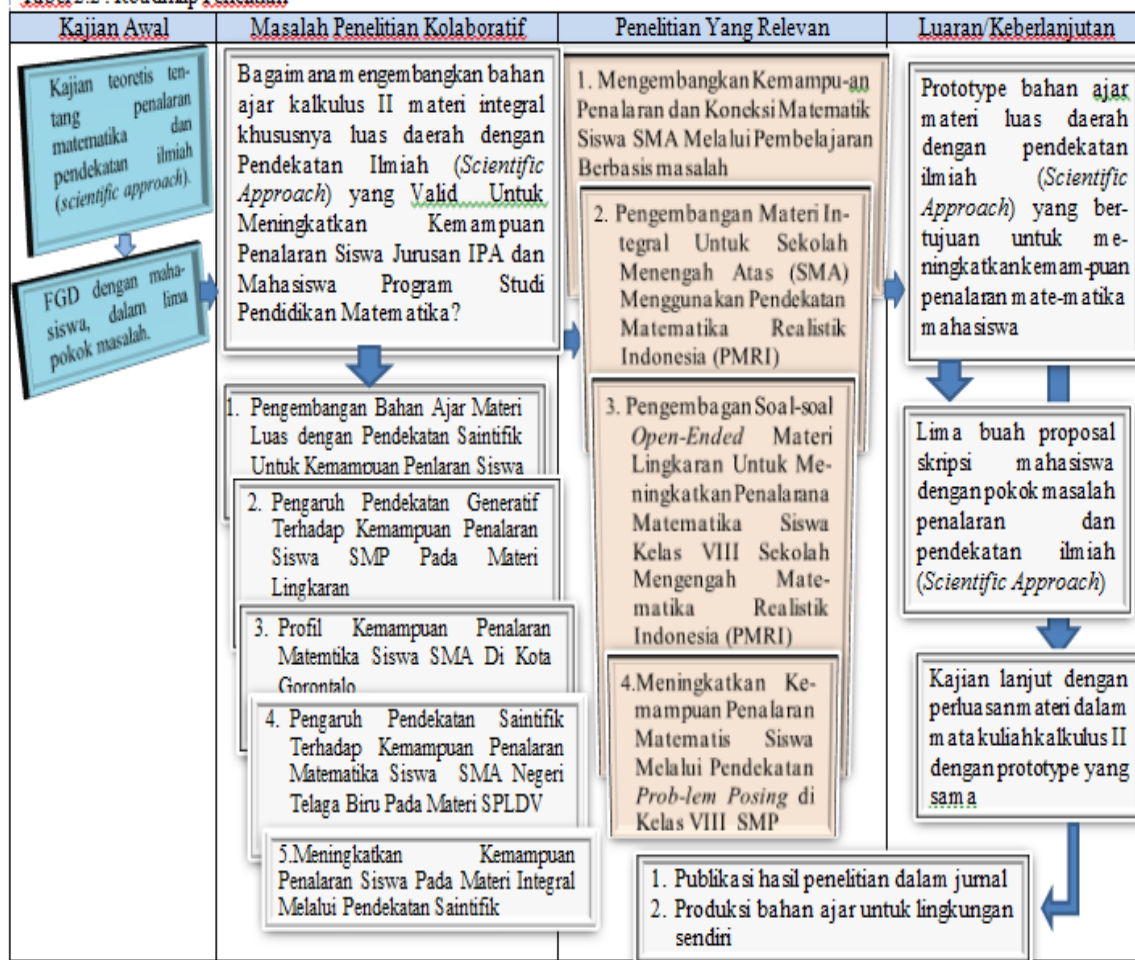
- 1) Tahun 2007: Yanto Permana dan Utari Sumarmo dalam penelitian berjudul Mengembangkan Kemampuan Penalaran dan Koneksi Matematik Siswa SMA Melalui Pembelajaran Berbasis Masalah. Hasil yang diperoleh dalam penelitian ini tentang penalaran adalah kemampuan penalaran matematis siswa yang memperoleh pembelajaran berbasis masalah lebih baik dari pada penalaran matematis siswa melalui pembelajaran biasa. Secara rinci, kemampuan penalaran matematis siswa melalui pembelajaran berbasis masalah tergolong kualifikasi cukup. Sedangkan kemampuan penalaran matematik siswa melalui pembelajaran biasa tergolong kualifikasi kurang.
- 2) Pada tahun 2009: Zulkardi, Misdalina dan Purwoko melakukan kajian masalah dalam judul Pengembangan Materi Integral Untuk Sekolah Menengah Atas (SMA) Menggunakan Pendekatan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) di Palembang. Dalam hasil penelitian ini disimpulkan bahwa hasil (a) pengembangan prototipe materi PMRI integral untuk SMA menggunakan pendekatan PMRI di Palembang valid berdasarkan isi, bahasa, dan kesesuaian konteks dan (b) siswa suka belajar dengan pendekatan PMRI, siswa aktif mengikuti pelajaran menggunakan pendekatan PMRI, dan hasil rata-rata menyelesaikan soal latihan 93,7 termasuk dalam kategori sangat baik.
- 3) Tahun 2010: Devi Emilya, Darmawijoyo, Ratu Ilma Indra Putri, dalam penelitian mereka berjudul Pengembangan Soal-soal *Open-Ended* Materi Lingkaran Untuk Meningkatkan Penalaran Matematika Siswa Kelas VIII Sekolah Menengah Pertama Negeri 10 Palembang. Dari penelitian ini diperoleh hasil (a) soal open-ended materi lingkaran untuk siswa kelas VIII SMP yang valid dan praktis , (b)

prototype soal *open-ended* yang dikembangkan memiliki efek potensial yang positif terhadap penalaran siswa.

- 4) Tahun 2011: Erika Wulandari, dalam penelitian yang berjudul Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Melalui Pendekatan *Problem Posing* di Kelas VIII A SMP Negeri 2 Yogyakarta. Hasil yang diperoleh dari penelitian ini adalah (a) hasil penelitian menunjukkan bahwa pelaksanaan pembelajaran dengan pendekatan *problem posing* yang dapat meningkatkan kemampuan penalaran matematis siswa, (b) rata-rata setiap indikator kemampuan penalaran matematis siswa meningkat dari siklus I ke siklus II sehingga minimal berada pada kualifikasi baik.

Perbedaan mendasar di dalam penelitian ini dengan penelitian yang dipaparkan di atas adalah pemberian penekanan pada pendekatan saintifik dengan lima M (5M) yakni mengamati, menanya, mengumpulkan informasi/data, mengolah data, dan mengemunikasikan. 5M dirangkainak sedemikian sehingga berpegaruh kepada pengembangan kemampuan penalaran siswa atau amahasiswa dalam mempelajari materi dalam bahan ajar yang dikembangkan. Adapun roadmap penelitian ini disajikan pada tabel 2.2, seperti pada halaman berikut.

Tabel 2.2 : Roadmap Penelitian



BAB III METODE PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan selama 6 (enam) bulan, dengan aktifitas pelaksanaan penelitian dan penyusunan laporan penelitian. Penelitian ini dilaksanakan di Program Studi Pendidikan matematika Fakultas matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Negeri Gorontalo.

3.2 Jenis Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian pengembangan (*research and development*) yakni pengembangan bahan ajar untuk materi luas daerah menggunakan integral. Prototype bahan ajar yang dikembangkan adalah pendekatan ilmiah (*Scientific Approach*) dalam pembelajaran mencakup mengamati (*observing*), menanya (*questioning*), menalar (*associating*), mencoba (*experimenting*) dan membentuk jaringan (*networking*) untuk pengembangan kemampuan penalaran matematika.

3.3 Teknik Analisis Data

Teknik analisis data dalam penelitian ini menggunakan analisis deskriptif, kualitatif, dan inferensial. Analisis deskriptif dan kualitatif digunakan untuk mengkaji dan merefleksikan semua masukan dan koreksi dari validator dan tim ahli terhadap pengembangan bahan ajar materi luas daerah menggunakan integral atau penerapan integral untuk menghitung luas daerah. Analisis inferensial digunakan untuk menganalisis bentuk prototype bahan ajar materi luas daerah menggunakan integral dengan pendekatan ilmiah untuk kemampuan penalaran.

3.4 Prosedur Pengembangan

Untuk mendapatkan prototype bahan ajar pengembangan kemampuan penalaran matematika dengan pendekatan ilmiah pada materi luas daerah dalam mata kuliah kalkulus II, dilakukan melalui kativitas sebagai berikut.

Tabel 3.1: Aktivitas Pengembangan Bahan Ajar

Tahapan	Aktivitas	Hasil
Priliminary	Melakukan telah kompetesi dasar dan	Ditenemukan materi integral dibelajarkan dikelas XI dengan garis

Tahapan	Aktivitas	Hasil
	materi luas berdasarkan kurikulum 2013 untuk SMA/SMK/MA.	besar materinya adalah: a) konsep integral tak tentu sebagai balikan dari turunan fungsi b) notasi integral dan rumus dasar integral tak tentu. Lanjutan integral dibelajarkan kembali di kelas XII dengan garis besar materi adalah : a) notasi sigma, jumlah Rieman dan integral tentu (kegiatan menentukan luas permukaan daun), b) teorema fundamental kalkulus dan c) penerapan integral tentu.
	Melakukan telah materi luas berdasarkan silabus mata kuliah kalkulus II	Materi luas sebagai salah satu subtopik di dalam mata kuliah kalkulus II bagi mahasiswa semester 2 pada Program Studi Pendidikan Matematika FMIPA Universitas Negeri Gorontalo.
	Diskusi dengan guru mata pelajaran matematika SMA/SMK/MA tentang pembelajaran materi luas daerah dengan menggunakan integral tertentu.	Gambaran pendekatan pembelajaran yang digunakan guru dalam pembelajaran materi luas daerah dan kemampuan penalaran siswa.
	Diskusi dengan dosen pengampu mata kuliah kalkulus II.	Gambaran kemampuan penalaran matematika dari mahasiswa dalam materi integral khususnya luas daerah.
Perancangan (<i>Design</i>)	Penyusunan materi luas daerah dengan pendekatan ilmiah dan penalaran matematika sebagai penciri mahan ajar.	Draft bahan ajar prototype awal
Self evaluation	Memeriksa draf bahan ajar bersama 5 mahasiswa kolaborator untuk memasti-kan keberhasilan desain dengan fokus pada (a) struktur sajian, (b) kejelasan uraian, (c) penyajian gambar, (d) kesesuaian pendekatan ilmiah yang digunakan dan urain untuk mengembangkan	Koreksi pengetikan, masukan terhadap penciri bahan ajar yakni (a) struktur sajian, (b) kejelasan uraian, (c) penyajian gambar, (d) kesesuaian pendekatan ilmiah yang digunakan dan urain untuk mengembangkan kemampuan penalaran

Tahapan	Aktivitas	Hasil
	kemampuan penalaran.	
Revisi-1	Melakukan perbaikan berdasarkan	Prototype awal bahan ajar
One-to-one	Melakukan validasi prototype awal melalui satu orang teman sejawat dosen yang dipandang memiliki peng-alaman pembelajaran yang memadai pada materi integral pada kalklus II	Koreksi/masukan terhadap organisasi bahan ajar, langkah-langkah pendekatan ilmiah dan uraian contoh yang didasarkan pada masalah penalaran matematika.
	Vaslidasi melalui teman sejawat (Guru Matematika)	<ul style="list-style-type: none"> a. Rumusan kompetensi dasar sesuai dengan rumusan yang ada di dalam kurikulum 2013 b. Judul materi yakni Luas Daerah dalam Integral Tertentu, sebaiknya disesuaikan dengan judul yang ada di dalam buku matematika sesuai K13. c. Beberapa gambar sebaiknya disajikan dalam kertas millimeter.
	Mengkoordinasikan 3 mahasiswa kolabolator untuk memberikan masukan keterbacaan bahan ajar prototype awal	Masukan keterbacaan, kata/kalimat yang sulit dimengerti, kesalahan pengetikan dan sajian gambar.
Revisi-2	Memperbaiki bahan ajar berdasarkan masukan dalam tahap one-to-one. Melakukan perbaikan dengan tetap mempertahankan agar siswa atau mahasiswa berusaha mengembangkan kemampuan penalarannya, baik melalui urain maupun sajian gambar.	Bahan ajar prototype satu.
Small group	Memberikan bahan ajar, 3 buah soal dan angket kepada 2 kelompok siswa Madrasah Aliah (MA), 2 kelompok mahasiswa semester 1 serta 3 kelompok mahasiswa semester 3, masing-masing kelompok 3 orang.	<ul style="list-style-type: none"> a. Keterbacaan kalimat dan penyajian gambar dalam bahan ajar. b. Tingkat kesukaran contoh soal dan soal.

Tahapan	Aktivitas	Hasil
Revisi-3	Memperhatikan respon siswa dan mahasiswa terhadap bahan ajar dan jawaban soal dilakukan perbaikan bahan ajar dan sajian gambar baik pada urain materi, contoh soal dan soal.	Bahan ajar prototype dua
Fielt test	Menetapkan satu kelas siswa MA, satu kelas untuk masing-masing mahasiswa semester 1 dan semester 3. Hal ini diharapkan dapat melihat potensi efek prototype, melalui latihan soal pada prototype dua, angket, dan observasi pelaksanaan dalam menggunakan prototype dua	a. Respon pada melalui angket b. Respon pada saat mengerjakan soal. c. Hasil observasi penggunaan proto-tiype dan jawaban soal.
Revisi-3	Megolah dan menganalisis data hasil pengamatan dan hasil jawaban responden terhadap soal.	Prototype tiga bahan ajar.
Finalisasi	Peninjauan menyeluruh terhadap bahan ajar dengan memperhatikan semua fakta dan catatan penelitian.	Prototype bahan ajar untuk pengembangan penalaran dengan pendekatan ilmiah.

3.5. Alur Penelitian

Berdasarkan kerangka pemikiran penelitian pengembangan (*development research*) dan prosedur pengembangan seperti yang dijelaskan di atas, maka pada penelitian ini diadopsi model 4D dan alur penelitian seperti yang dikemukakan oleh Zulkardi (2009) sebagai.

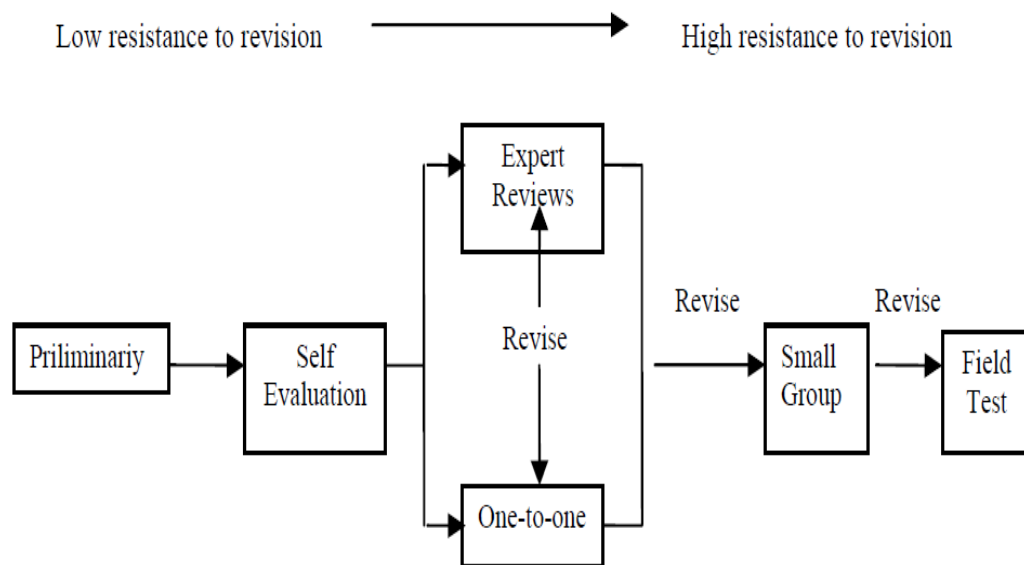


Diagram 3.1. Alur Pengembangan oleh Zulkardi (2009)

Alur pengembangan model 4D dan alur pengembangan seperti yang ditunjukkan pada diagram 3.1 selanjutnya dilakukan adaptasi. Alur pengembangan tersebut di dalam penelitian ini selanjutnya dilakukan penyesuaian berdasarkan aktivitas pengembangan bahan ajar seperti yang diuraikan di dalam prosedur pengembangan. Sehingga di dalam penelitian ini alur pengembangan bahan ajar menjadi sebagai berikut:

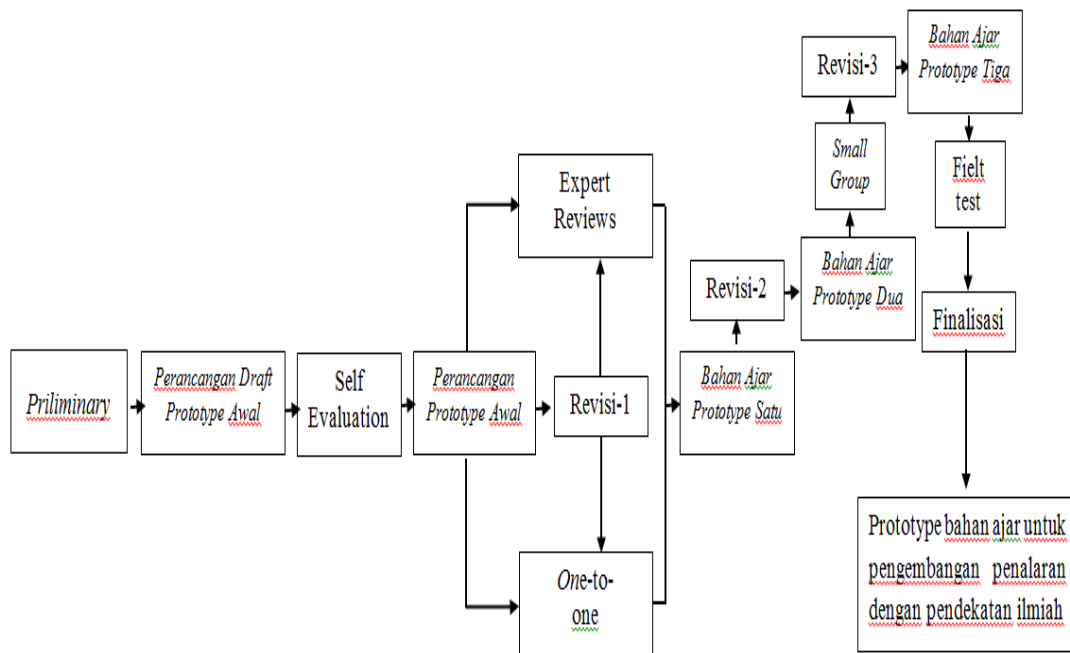


Diagram 3.2. Alur Pengembangan Yang Disesuaikan dengan Bahan Ajar Untuk Penalaran Matematika Dengan Pendekatan Ilmiah

3.6 Luaran Penelitian

Sebagai luaran dari penelitian ini adalah prototype bahan ajar materi luas daerah dengan pendekatan ilmiah (*Scientific Approach*) yang bertujuan untuk meningkatkan kemampuan penalaran matematika mahasiswa. Hasil penelitian dipublikasikan minimal pada jurnal yang memiliki ISSN atau disampaikan pada seminar nasional (Prosiding).

BAB IV HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

4.1 Hasil Penelitian

Berdasarkan langkah-langkah pengembangan bahan ajar seperti yang disajikan pada diagram 3.2 hasil yang diperoleh pada tahap *preliminary*, hasil yang diperoleh adalah di dalam kurikulum 2013 bahwa materi integral dibelajarkan dikelas XI dengan garis besar materinya meliputi:

- a) konsep integral tak tentu sebagai balikan dari turunan fungsi
- b) notasi integral dan rumus dasar integral tak tentu.

Lanjutan integral dibelajarkan kembali di kelas XII dengan garis besar materi adalah :

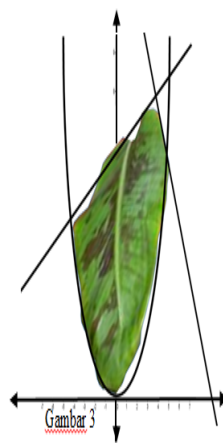
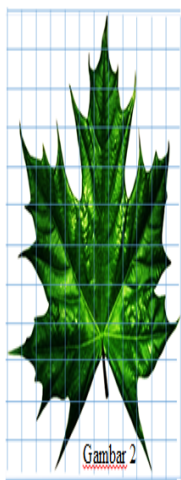
- a) notasi sigma, jumlah Rieman dan integral tentu (kegiatan menentukan luas permukaan daun),
- b) teorema fundamental kalkulus dan
- c) penerapan integral tentu.

Pembelajaran materi integral bagi mahasiswa diperoleh dalam rangkaian materi pada mata kuliah kalkulus II yang dilaksanakan di semester II. Selain informasi berdasarkan telaah kurikulum, dikumpulkan pula informasi tentang pembelajaran materi integral khususnya luas daerah dari mahasiswa pendidikan matematika (a) semester 1 yang baru beberapa bulan lulus dari SMA/MA/SMK dan (b) mahasiswa semester 3 yang sudah mengikuti mata kuliah kalkulus II. Untuk mendapatkan informasi ini dilakukan dengan cara berkolaborasi dengan 5 mahasiswa semester VII yang disiapkan melakukan penelitian dengan masalah yang dipayungi dalam penelitian ini. Berdasarkan hasil telah, selanjutnya peneliti buat desain materi luas daerah yang didasarkan pada pendekatan ilmiah (*scientific approach*) yang lebih menitik beratkan pada uraian untuk meningkatkan kemampuan penalaran peserta didik (siswa atau mahasiswa). Pendekatan ilmiah dan kemampuan penalaran inilah yang menjadi penciri (*prototype*) dari desain materi luas daerah dalam integral yang dikembangkan draf bahan ajar ini dinamakan *prototype awal*.

Aktivitas setelah selesai materi dikembangkan adalah melakukan evaluasi desain dalam kegiatan *self evaluation*. Hal ini dilakukan untuk memastikan keberhasilan desain. Oleh sebab itu aktivitas ini terfokus pada (a) struktur sajian, (b) kejelasan uraian, (c) penyajian gambar, (d) kesesuaian pendekatan ilmiah yang digunakan dan uraian untuk mengembangkan kemampuan penalaran. Hasil dari *self evaluation* dijadikan sebagai acuan dalam bentuk prototipe awal materi yang dikembangkan. Salah satu kutipan uraian sebagai pengantar disajikan masalah untuk langkah awal pendekatan ilmiah adalah mengamati, antara lain seperti yang ditunjukkan pada gambar berikut .

Di dalam matematika disediakan beberapa cara untuk menghitung luas daerah yang tidak beraturan seperti yang ditunjukkan oleh permukaan daun pepaya. Usaha yang dapat dilakukan untuk menghitung luas permukaan atau luas suatu bidang yang bentuknya seperti daerah permukaan daun pepaya antara lain sebagai berikut.

- 1) Sketsalah daun pepaya pada kertas berpetak.
- 2) Hitunglah banyaknya petak persegi satuan penuh yang ada di dalam sketsa daun pepaya tersebut.
- 3) Gabungkanlah petak satuan yang tidak penuh sedemikian sehingga kira-kira sama dengan jumlah petak satuan penuh.
- 4) Total banyaknya satuan petak pada nomor 2 dan nomor 3 adalah luas daerah permukaan dari daun pepaya dimaksud yang mendekati luas yang sebenarnya.



Bentuk permukaan daun pisang seperti yang ditunjukkan pada gambar 1 cenderung menyerupai daerah yang dibatasi oleh beberapa kurva, yakni satu kurva kuadrat terbuka ke atas dan serta dua buah kurva garis lurus. Pengetahuan terhadap penggunaan konsep integral tertentu dapat membantu untuk menemukan luas permukaan daun pisang. Dalam hal ini bidang permukaan daun pisang hampir sama dengan daerah yang dibatasi oleh kurva parabola dan dua garis lurus seperti yang ditunjukkan oleh gambar 3. Jika model matematika dari kurva kuadrat dan garis lurus yakni fungsi kuadrat dan fungsi linear ditemukan, maka luas daerah dimaksud dapat dihitung dengan menggunakan konsep integral tertentu.

Hasil pengembangan dalam bentuk prototipe awal dilakukan validasi melalui satu orang teman sejawat dosen yang dipandang memiliki pengalaman pembelajaran yang memadai pada materi integral. Proses validasi sejawat ini merupakan langkah *one to one*. *One to one*, dilakukan pada teman sejawat dosen dan guru mata pelajaran matematika (seperti disebut diatas), dan tiga orang siswa dan 3 orang mahasiswa program studi pendidikan matematika. Setelah itu dilanjutkan dengan uji coba untuk mendapatkan prototype pertama. Hasil evaluasi dari *one to one* terhadap bahan ajar prototype awal dapat disajikan pada tabel berikut:

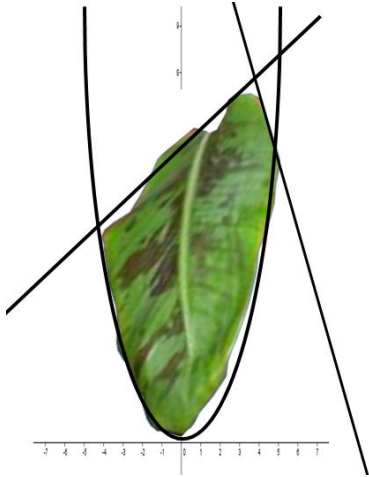
Tabel 4.1. Saran dari Teman Sejawat (Guru Matematika) Terhadap Buku Siswa pada Prototipe Awal dan Keputusan Revisi

Komentar	Keputusan Revisi
Pastikan rumusan kompetensi dasar sesuai dengan rumusan yang ada di dalam kurikulum 2013	Rumusan kompetensi dasar sudah disesuaikan dengan rumusan kompetensi dasar dalam sebagaimana diatur di dalam Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Nomor 69 tahun 2013 tentang Kerangka Dasar dan Struktur Kurikulum Sekolah Menengah Atas/Madrasah Aliyah
Judul materi yakni Luas Daerah dalam Integral Tertentu, sebaiknya disesuaikan dengan judul yang ada di dalam buku matematika sesuai K13	Mengubah judul topik dengan memperhatikan judul topic seperti dalam buku matematika SMA/MA/SMK tetapi dalam rumusan topik “Penerapan Integral dalam Menghitung Luas Daerah”
Gambar daun pepaya dan daun pisang sebagai ilustrasi yang diamati sudah bagus, tetapi harus dituntaskan pembahasannya.	Pembahasan tuntas terhadap kedua contoh tersebut ditambahkan pada urain dalam langkah pendekatan saintifik dalam bagian senang menalar dan senang berbagi.
Setelah rangkuman sebaiknya dilengkapi dengan soal-soal latihan yang bersifat penalaran.	Uraian setelah rangkuman dilengkapi dengan soal-soal luas daerah tentang penalaran yang dapat dilakukan peserta didik menggunakan model discovery learning atau problem base learning atau project learning.

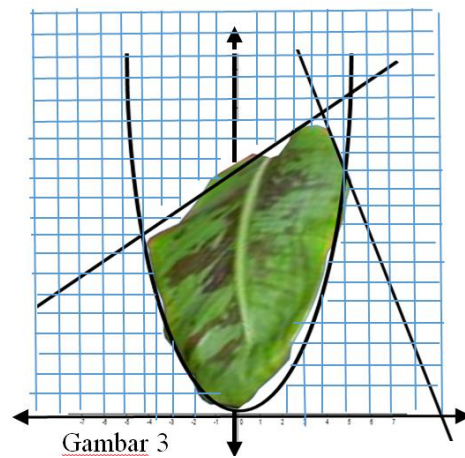
Tabel 4.2. Saran dari Guru Mata Pelajaran Matematika Terhadap Buku Siswa pada Prototipe Awal dan Keputusan Revisi.

Komentar	Keputusan Revisi
Gambar 3 memang menuntut kemampuan penalaran siswa dalam menyelesaikan masalah luas daerah di antara kurva, tetapi tingkat kesulitannya sangat tinggi. Sebaiknya gambar tersebut disajikan pada kertas berpetak.	Gambar yang memenutut siswa menghitung luas permukaan daun pisang disempurnakan dengan menyajikan pada kertas berpetak.
Di beberapa halama pada bahan ajar terdapat kesalahan pengetikan, seperti ada kata yang kelebihan/kurang huruf hurufnya.	Diperbaiki, sebelumnya meminta beberapa mahasiswa untuk menemukan pengetikan yang salah antara laian seperti yang ditemukan guru.
Pada tahap mengajukan pertanyaan seperti yang diharapkan dalam buku ini sebaiknya dilengkapi dengan contoh pertanyaan terkait dengan contoh masalah yang disajikan.	Pada setiap langkah pendekatan saintifik “ <i>menanya</i> ” pada bahan ajar dilengkapi dengan contoh bentuk pertanyaan.

Gambar sebelum dilengki



Gambar setelah dilengki



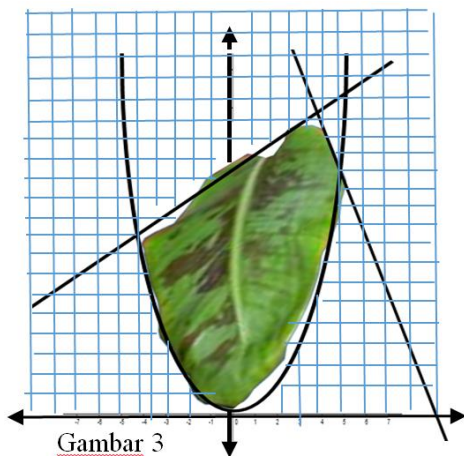
Tabel 4.3. Saran dari Siswa/Mahasiswa Terhadap Buku Siswa pada Prototipe Awal dan Keputusan Revisi

Komentar	Keputusan Revisi
Kami senang mempelajari integral kerana ada gambar-gambar yang menarik	
Kami sulit menghubungkan contoh-contoh seperti daun pisang dengan materi integral	Diberikan penjelasan yang mengantar untuk menghubungkan contoh dalam kehidupan sehari-hari dengan materi penerapan integral.
Contoh soal dan soal cerita yang disajikan didalam bahan ajar sulit kami mengerjakan.	Diberikan penjelasan yang bisa menuntun siswa untuk memahami masalah dari setiap contoh soal dan soal cerita yang disajikan dalam bahan ajar.
Tidak bisa ditentukan titik-titik koordinat yang dilalui oleh kurva karena tidak digambar pada kertas berpetak.	Gambar 3 diperbaiki dengan menyajikan pada kertas berpetak.
Tidak tahun rumus fungsi garis-garis lurus dan rumus fungsi para bola pada gambar 3	Penjelasan dilengkapi dengan menuntun siswa/mahasiswa untuk memperhatikan posisi beberapa titik terhadap sumbu-sumbu koordinat dan mengingatkan bentuk umtum fungsi linier dan fungsi kuadrat.
Sulit menemukan batas-batas integral dan menetapkan fungsi yang diintegrlakan.	Pada beberapa contoh penjelasan dilengkapi dengan menuntun untuk menentukan batas-batas integral dan fungsi yang diintegrlakan, terutama pada materi luas di antara kurva.
Soal cerita seperti seekor kucing	Contoh soal atau soal latihan disusun

Komentar	Keputusan Revisi
bergerak membentuk kurva tidak terlalu bermasalah karena persamaannya sudah diberikan. Tetapi menjadi sangat sulit kalau tidak diberikan persamaannya	berdasarkan tingkat kesukaran atau tingkat kompleksitas soal cerita.

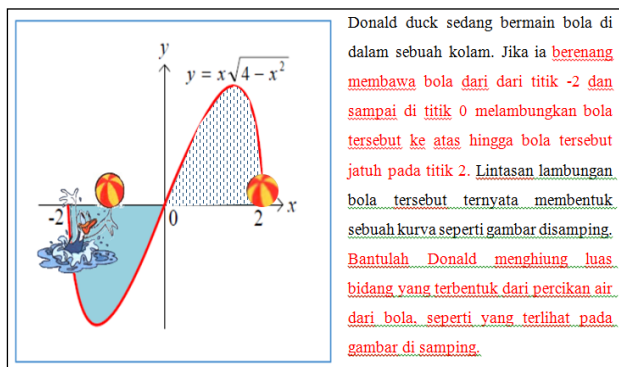
Semua informasi yang diperoleh dari hasil *self evaluation* dan one-to-one dimanfaatkan untuk perbaikan desain sehingga diperoleh prototipe satu. Berikut ditampilkan hasil prototipe pada beberapa hasil dalam prototype satu adalah sebagai berikut.

Perbaikan sajian gambar



Pada prototype satu, gambar yang diharapkan guru, siswa dan mahasiswa sudah diperbaiki dan disajikan seperti gambar di samping. Untuk tetap mempertahankan agar siswa atau mahasiswa berusaha mengembangkan kemampuan penalarannya, pada gambar tersebut tidak dilengkapi dengan titik-titik koordinat yang dilalui oleh kurva-kurva yang mendekati bentuk permukaan daun yang disajikan pada gambar tersebut.

Semua kesalahan pengetikan pada setiap kata, kalimat atau alinea dilakukan peninjauan dan perbaikan sesuai dengan masukan keterbacaan baik dari guru, siswa dan mahasiswa. Salah satu kutipan perbaikan adalah sebagai berikut. Kata atau kalimat atau



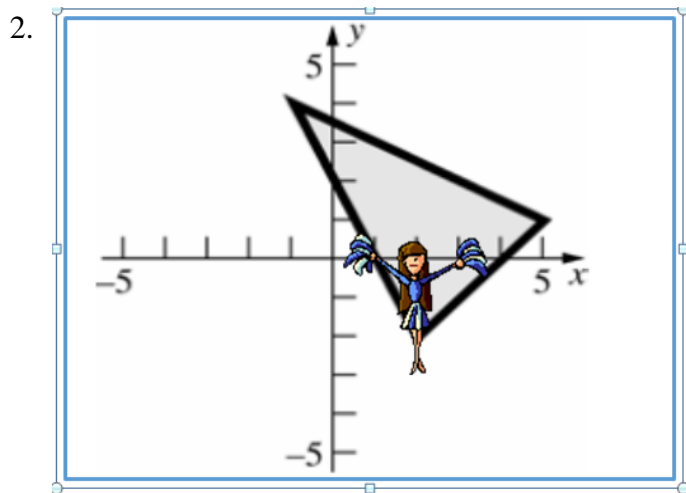
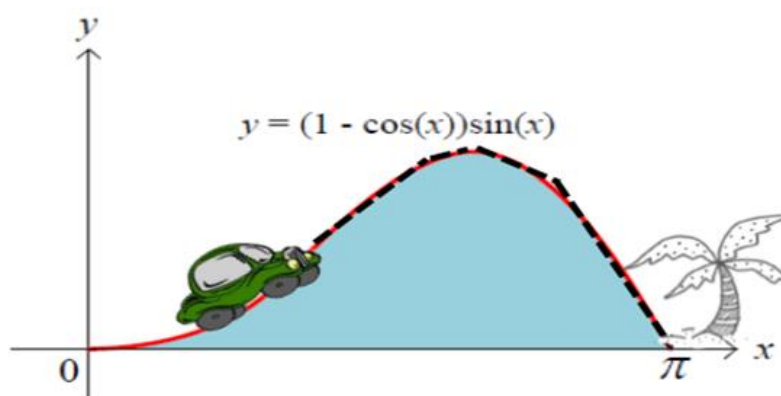
alinea yang diketik dengan warna merah adalah hal-hal yang diperbaiki berdasarkan masukan baik oleh guru mata pelajaran matematika, siswa dan mahasiswa. Ada juga perbaikan dalam gambar tersebut adalah daerah yang diarsir. Sebelumnya pada

gambar tersebut tidak diberi tanda daerah yang dihitung luasnya. Uraian kontekstual di dalam contoh soal tersebut dirumuskan dalam uraian yang lebih operasional sehingga

lain hasil peninjauan sebagai hasil refleksi. Perbaiki yang serupa sudah termuat di dalam bahan ajar ini.

Bahan ajar prototype dua ini selanjutnya diuji coba pada *smallgroup* dibantu oleh mahasiswa kelabolor dalam mengamati dan menilai hasil uji coba. Smallgroup yang dimaksud adalah kelompok mahasiswa pendidikan matematika Universitas Negeri Gorontalo semester III (sudah mengikuti perkuliahan kalkulus 2), mahasiswa semester 1 (baru lulus SMA/MA/SMK). Mahasiswa memberi respon secara individu dan secara kelompok yang terdiri dari 3 atau 4 orang. Kepada mahasiswa diberikan 3 soal yang dikutip dari bahan ajar. Maksud dari uji coba ini adalah untuk mengukur kemampuan penalaran mahasiswa berdasarkan uraian bahan ajar yang termuat di dalam bahan ajar prototype kedua. Soal-soal yang dimaksud adalah :

1. Hitunglah luas daerah pada sebuah tanah lapang yang dibatasi oleh lintasan jelajah sebuah mobil seperti yang ditunjukkan pada gambar berikut.



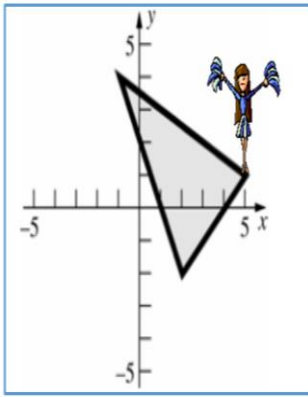
Perhatikan dengan cermat gambar disamping. Seorang Cherleader sedang melakukan gerakan dance dengan posisi membentuk sebuah segitiga. Dengan perubahan posisi dari tiap titik sudutnya adalah (-1,4), (2,-2) dan (5,-1). Dengan menggunakan konsep integral, Berikan penjelasan anda dalam menentukan luas daerah pergerakan cherleader tersebut ?

3. Hitung luas permukaan daun tanaman yang diberikan kepada kelompok anda. Untuk itu kelompokmu harus melakukan langkah-langkah antara lain:
 - a. Siapkan kertas berpetak atau kertas millimeter dan buatlah sumbu-sumbu koordinat pada kertas tersebut (sumbu x dan sumbu y) yang saling tegak lurus.
 - b. Ciplaklah bentuk daun tanaman yang ada pada kelompok anda dikertas berpetak (kertas millimeter).
 - c. Tetapkan tiga buah titik koordinat yang dilalui oleh kurva yang duplikat daun tersebut.
 - d. Gunakan semua informasi pada gambar untuk memproses perhitungan luas permukaan daun tanaman tersebut.

Perolehan hasil uji coba adalah sebagai berikut:

Tabel 4.4: Respon dari Siswa/Mahasiswa Terhadap Keterbacaan naskah/gambar dan Keputusan Revisi

Respon Siswa/Mahasiswa	Keputusan Revisi
<p>Siswa/Mahasiswa Untuk soal nomor 1: Siswa mampu menentukan batas-batas integral dan integran, tetap mereka bermasalah pada proses integral fungsi trigonometri yang memerlukan teknik substitusi dalam pengintegralan</p>	<p>Ditunjukkan sebagai catatan pada bahan ajar dengan maksud untuk mengingatkan tentang teknik substitusi dan pengintegralan fungsi trigonometri</p>
<p>Karena soal ini hanya memuat satu fungsi jadi kami tidak sulit menentukan integran, demikian pula dengan batas-batas integral sudah nyata terlihat pada gambar yang diberika.</p>	
<p>Untuk soal nomor 2: Siswa maupun mahasiswa bingung menentukan batas-batas integral dan integran. Kelompok yang merasa paling sulit adalah kelompok siswa dan kelompok mahasiswa semester I.</p>	<p>Sebagai bantuan untuk memulai ide penjelasan, catatan di dalam bahan ajar ditambahkan dengan kalimat “Untuk memudahkan anda memberikan penjelasan sebaiknya dingat cara menemukan persamaan garis lurus melalui dua titik”.</p>
<p>Untuk soal nomor 2, beberapa kelompok membagi daerah berbentuk segitiga tersebut kedalam beberapa bagian yang dapat dihitung</p>	<p>Penalaran yang terlihat pada proses dalam aktivitas kelompok dituntunan sedemikian sehingga mereka menemukan luas daerah yang dimaksud dengan menggunakan</p>



Perhatikan dengan cermat gambar disamping. Seorang Cherleader sedang melakukan gerakan dance dengan posisi membentuk sebuah segitiga. Dengan perubahan posisi dari tiap titik sudutnya adalah $(-1,4)$, $(2,-2)$ dan $(5,-1)$. Dengan menggunakan konsep integral, berikan penjelasan anda bagaimana menentukan luas daerah yang dibatasi garis pergerakan cherleader tersebut ?

Untuk memudahkan anda memberikan penjelasan sebaiknya dingat cara menemukan persamaan garis lurus melalui dua titik.

ditemukan dengan menggunakan persamaan garis lurus melalui dua titik. Oleh sebab itu tampilan bahan ajar menjadi seperti kutipan di samping.

Pengamatan aktifitas siswa dan mahasiswa dalam mengerjakan soal nomor 3, kesulitan mereka adalah dalam menentukan batas-batas integral dan integran untuk menghitung luas daerah

yang dibatasi oleh lebih dari dua kurva. Bentuk soal nomor 3 dipandang soal yang menantang untuk menalar dalam menggunakan konsep-konsep matematika yang terkait dengan rumus fungsi, system persamaan dan integral. Meskipun dalam keadaan tertatang, siswa dan mahasiswa menghadapinya dengan ekspresi senang karena berhadapan dengan fakta yakni menghitung luas permukaan daun tanaman. Hal ini menunjukkan kepada mereka bahwa kemampuan penalaran sangat diperlukan dalam menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan materi integral.

Berdasarkan respon siswa seperti yang digambarkan di atas terhadap bahan ajar, selanjutnya dilakukan revisi sehingga diperoleh bahan ajar dalam *prototype tiga*. Bahan ajar dalam *prototype tiga* selanjutnya dilakukan uji coba pada kelas terbatas. Uji coba menitikberatkan kepada keterbacaan naskah didalam bahan ajar, penggunaan struktur kalimat, penyajian gambar, kejelasan petunjuk, tingkat kesulitan contoh soal dan soal latihan. Respon yang dijarah melalui angket dari 5 siswa, 10 mahasiswa semester I dan 20 mahasiswa semester III setelah mengerjakan soal disajikan pada tabel sebagai berikut.

Tabel 4.5: Komentar dari Siswa/Mahasiswa Terhadap Pemakaian Prototype Ketiga

Aspek yang direspon	% Respon Siswa/Mahasiswa			
1. Tulisan pada bahan ajar jelas.	Sangat Jelas 85,71%	Jelas 8,57%	Cukup Jelas 5,71%	Tidak Jelas 0,00%
2. Menggunakan bahasa Indonesia yang baik dan benar.	Sangat Baik 91,43%	Baik 5,71%	Cukup Baik 2,86%	Tidak Baik 0,00%
3. Struktur kalimat pada semua uraian contoh dan soal latihan.	Mudah Dimengerti 71,43%	Cukup Dimengerti 14,29%	Sulit Dimengerti 8,57%	Sangat Sulit Dimengerti 5,71%
4. Gambar disajikan dengan jelas.	Sangat Jelas 85,71%	Jelas 14,29%	Cukup Jelas 0,00%	Tidak Jelas 0,00%
5. Kejelasan petunjuk dan arahan pada setiap langkah pendekatan saintifik.	Sangat Jelas 68,57%	Jelas 14,14%	Cukup Jelas 11,43%	Tidak Jelas 2,86%
6. Sifat komunikatif bahasa yang digunakan.	Sangat Komunikatif 91,43%	Komunikatif 5,71%	Cukup Komunikatif 2,86%	Tidak Komunikatif 0,00%
7. Tingkat kesulitan atau kemudahan soal dan soal latihan yang sangat sulit.	Sangat Mudah 22,86%	Mudah 22,86%	Cukup Sulit 51,145%	Sangat Sulit 5,71%
8. Tingkat penalaran yang dibutuhkan untuk memahami uraian materi, contoh soal dan soal memerlukan kemampuan penalaran.	Sangat Tinggi 94,29%	Tinggi 5,71%	Cukup Tinggi 0,00%	Rendah 0,00%
9. Uraian dengan contoh menyenangkan dalam mempelajari	Sangat Menyenangkan 97,14%	Menyenangkan 0,00%	Cukup Menyenangkan 0,00%	Tidak Menyenangkan 2,86%
10. Keaktifan dalam mempelajari	Sangat Aktif 77,14%	Aktif 14,29%	Cukup Aktif 8,57%	Tidak Aktif 0,00%

Untuk mengetahui kemampuan penalaran siswa dan mahasiswa (responden) setelah mempelajari materi di dalam bahan ajar, kepada mereka diberikan masalah. Dari jawaban responden diperoleh hasil yang digunakan untuk mendeskripsikan prototype kemampuan penalaran reseponden. Hasil yang dimaksud secara menyeluruh ada di dalam lampiar 1. Data dari lampiran tersebut didekripsi secara kuantitatif seperti pada tabel 6.

Tabel 4.6: Prototype Kemampuan Penalaran 35 Responden (Siswa dan Mahasiswa)

Kode	Indikator Penalaran	Persentase Skor Kemampuan Penalaran Berdasarkan Masalah			Rerata
		Soal-1	Soal-2	Soal-3	
P1	Menyajikan pernyataan matematika menurut satu atau beberapa cara (lisan, tertulis, gambar atau diagram)	99,05%	86,67%	100,00%	95,24%
P2	Mengajukan dugaan (conjectures)	88,57%	80,95%	66,67%	78,73%
P3	Melakukan manipulasi matematika	79,05%	81,90%	70,48%	77,14%
P4	Menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau buktiterhadap beberapa solusi	86,67%	73,33%	61,90%	73,97%
P5	Memeriksa kesahihan suatu argument	64,76%	66,67%	48,57%	60,00%
P6	Menentukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.	62,86%	69,52%	46,67%	59,68%
Rerata		80,16%	76,51%	65,71%	74,13%

Jika dibuat klasifikasi kemampuan penalaran dengan menggunakan interval 1 – 100 dengan tingkat kualitas sangat baik, baik, cukup dan kurang dalam kriteria ketuntasan minimal (KKM) rerata 70, maka interval dibagi menjadi 4 kelompok sebagai berikut:

Tabel 4.7: Tingkat Kemampuan Penalaran Dalam Menghitung Luas Daerah Menggunakan Integral

Interval Rerata	Tingkat Kemampuan Penalaran
90 – 100	Sangat Baik
76 – 89	Baik
70 – 75	Cukup
1 – 69	Kurang

Interval dalam tabel 7 ini dibuat dengan tujuan untuk menetapkan tingkat kriteria ketuntasan minimal kemampuan penalaran (KKMKP) dan memperhatikan asumsi umum kecenderungan distribusi normal data dalam 4 kategori.

Tabel 4.8: Kualifikasi Kemampuan Penalaran Berdasarkan Rerata Indikar Penalaran

Indikator	Rerata	Kulifikasi
Menyajikan pernyataan matematika menurut satu atau beberapa cara (lisan, tertulis, gambar atau diagram)	95,24%	Sangat Baik
Mengajukan dugaan (conjectures)	78,73%	Baik
Melakukan manipulasi matematika	77,14%	Baik
Menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau buktiterhadap beberapa solusi	73,97%	Cukup
Memeriksa kesahihan suatu argument	60,00%	Kurang
Menentukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.	59,68%	Kurang
Rerata	74,13%	Cukup

4.2 Pembahasan

Aktivitas pengembangan berdasarkan tahapan aktivitas seperti disajikan pada tabel 3.1 menghasilkan data kuantitatif dan data kualitatif. Data kuantatif lebih banyak berkaitan format bahan ajar yang dikembangkan yang terfokus pada:

- a. Format yang terdiri dari:
 - 1) kejelasan pembagian materi,
 - 2) sistem penomoran,
 - 3) pengaturan ruang/tata letak, pewarnaan gambar,
 - 4) keterbacaan tulisan ditinjau dari jenis dan kesesuai ukuran huruf.
- b. Isi, yang terdiri dari :
 - 1) rumusan kompetensi dasar,
 - 2) rumusan indicator,
 - 3) ketepatan antara indikator dengan tujuan pembelajaran
 - 4) kebenaran isi dan uraian materi yang memfokuskan kepada pengembangan kemampuan penalaran melalui pendekatan ilmiah,
 - 5) urutan logis uraian, contoh dan permasalahan,
 - 6) langkah pedekatan ilmiah untuk mempelajari yang memungkinkan siswa atau mahasiswa aktif belajar,
- c. Bahasa, yang terdiri dari:
 - 1) kebenaran tata bahasa (sesuai dengan ejaan yang disempurnakan),

- 2) kesederhanaan struktur kalimat pada semua uraian, contoh dan masalah,
- 3) kejelasan petunjuk dan arahan pada setiap langkah pendekatan ilmiah,
- 4) sifat komunikatif bahasa yang digunakan.

Data kualitatif yang diperoleh dari siswa, mahasiswa dan guru mata pelajaran matematika SMA/SMK/MA wujud data dan pembahasannya telah diuraikan di sub bab 4.1. Oleh sebab itu selanjutnya yang diberikan pembahasan adalah data kuantitatif. Prototype bahan ajar jika ditinjau dari Tabel 4.5 yang berisi komentar dari Siswa/Mahasiswa terhadap prototype bahan ajar ditinjau dari penggunaan bahasa yang baik dan benar, penyajian gambar, tingkat penalaran pada contoh soal dan soal latihan serta keaktifan responden menunjukkan respon yang rata-rata sangat baik. Dominan respon adalah dalam kategori sangat jelas, sangat baik, sangat komunikatif, sangat tinggi dan sangat menyenangkan. Hal yang penting menjadi perhatian dari data dalam tabel ini adalah tingkat kesulitan atau kemudahan soal dan soal latihan yang sangat sulit. Sebab informasi yang berhubungan dengan contoh soal dan soal latihan responden merasakan bahwa contoh soal dan soal latihan merupakan hal-hal yang cukup tinggi kesukarannya. Meskipun demikian responden tetap berusaha menemukan penyelesaian masalah yang ditemukan di dalam bahan ajar. Penyelesaian masalah dimaksud dapat ditemukan berkat, kemampuan penalaran mereka setelah mempelajari bahan ajar. Tingkat kemampuan penalaran dalam menemukan penyelesaian masalah dari bahan ajar menjadi sangat baik karena di tunjang dengan keaktifan responden dalam mempelajari bahan ajar yang disediakan. Dari uraian ini tergambar bahwa kemampuan penalaran responden menjadi lebih baik apabila bahan ajar disajikan dalam tampilan yang menarik dan didukung dengan keaktifan belajar yang sangat baik.

Prototype kemampuan penalaran responden dalam menyelesaikan masalah tentang luas daerah seperti yang digambarkan dengan data pada tabel 4.6, memperlihatkan kecenderungan sangat baik. Fakta ini terjadi apabila suatu masalah menghitung luas daerah sudah disajikan dalam bentuk gambar dan di dalam gambar tersebut sudah lengkap dengan rumus fungsi dan batas-batas daerah. Masalah menghitung luas dengan sajian seperti ini membuat kemampuan penalaran matematika yang sangat tinggi. Hal ini terjadi karena responden hanya menyatakan luas daerah

dalam integral tertentu dengan batas-batas integral dan integranya sudah diketahui pada gambar.

Pada tipe masalah nomor 2, terlihat bahwa tingkat kemampuan penalaran dalam menghitung luas daerah dibatasi oleh beberapa kurva menunjukkan kecenderungan turun. Hal ini terjadi karena permasalahan luas daerah yang disajikan dalam gambar dengan unsur-unsur yang dibutuhkan untuk menggunakan integral tertentu tidak ditentukan langsung di dalam gambar tersebut. Kondisi ini menuntut responden untuk (1) menemukan rumus fungsi yang membatasi daerah, (2) menemukan batas-batas integral dan (3) menentukan integran (fungsi yang diintegralan). Tiga hal ini menjadi penyebab responden (a) sulit mengajukan dugaan (*conjectures*), (b) sulit melakukan manipulasi matematika, (c) tidak tepat menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau buktiterhadap beberapa solusi.

Tipe masalah seperti yang ditunjukkan oleh masalah nomor 3 membuat kemampuan responden semakin turun. Melalui masalah nomor 3, responden dituntut melakukan penyelidikan melalui *discovery learning*. Penyelidikan dan *discovery learning* ini membantu responden mencapai indikator penalaran yang dipenuhi dengan kategori sangat baik yakni menyajikan pernyataan matematika menurut satu atau beberapa cara (lisan, tertulis, gambar atau diagram). Namun dalam indikator yang lain dalam kemampuan penalaran menunjukkan penurunan yang sangat nyata. Penyebabnya adalah kesulitan menemukan rumus fungsi. Karena rumus fungsi tidak ditemukan, akibatnya tidak ditemukan batas-batas integral dan integran. Oleh sebab itu luas daerah sebagai duplikat suatu objek tidak bisa ditemukan.

Fakta data yang ditunjukkan pada tabel 4.8 menunjukkan bahwa responden menunjukkan kemampuan (1) sangat baik dalam hal menyajikan pernyataan matematika menurut satu atau beberapa cara (lisan, tertulis, gambar atau diagram), (2) baik dalam mengajukan dugaan (*conjectures*) dan melakukan manipulasi matematika, (3) cukup dalam memeriksa kesahihan suatu argument, tetapi (4) kurang dalam memeriksa kesahihan suatu argument dan menentukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi. Dalam kondisi seperti ini secara umum responden menunjukkan tingkat kemampuan penalaran dalam kategori cukup.

BAB V PENUTUP

5.1 Simpulan

Berdasarkan pembahasan sebelumnya, maka dapat disimpulkan hal-hal sebagai berikut:

- 1) Pengembangan dapat menghasilkan bahan ajar materi luas daerah dengan prototype pendekatan ilmiah (*scientific approach*) untk pengembangan kemampuan penalaran peserta didik yakni siswa SMA/MA dan mahasiswa semester 1 dan semester 3.
- 2) Pembahasan mahasiswa terhadap masalah yang disajikan di dalam bahan ajar dapat menunjukkan profil kemampuan penalaran siswa dan mahasiwa.
- 3) Uraian materi di dalam bahan ajar mampu membuat peserta didik belajar dalam suasana menyenangkan.

5.2 Saran

Memperhatikan hasil pembahasan yang menunjukkan bahwa siswa dan mahasiswa terbiasa belajar dengan mencontoh, maka akibatnya dalam mengembangkan penalarannya mereka: (a) sulit mengajukan dugaan (*conjectures*), (b) sulit melakukan manipulasi matematika, (c) tidak tepat menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau buktiterhadap beberapa solusi. Oleh sebab itu disarankan:

- 1) Siswa dan mahasiswa perlu dituntun melalui model *discovery learning* dengan mengoptimalkan langkah 5M, sampai dengan menemukan solusi masalah dalam menghitung luas daerah.
- 2) Berikan contoh kontekstual melalui model pembelajara berdasar pemecahan masalah.

DAFTAR PUSTAKA

- Agustinus Sroyer,. (2013) *Pentingnya Quantitative Reasoning (QR) Dalam Problem Solving*. .Prosiding SNMPM Universitas Sebelas Maret 2013 Volume 2. Jl. Raya Sentani Abepura Jayapura, e-mail: sroyera@yahoo.co.id
- BSNP. (2006). *Standar Isi untuk Satuan Pendidikan Dasar dan Menengah*. Jakarta: Badan Standar Nasional Pendidikan.
- Hapizah., (2015) *Pengembangan Instrumen Kemampuan Penalaran Matematis Mahasiswa pada Mata Kuliah Persamaan Diferensial*, JURNAL KREANO, ISSN : 2086-2334 Diterbitkan oleh Jurusan Matematika FMIPA UNNES Email: hapizah_piza@yahoo.com
- Kemendikbud (2013) *Konsep Pendekatan Scientific*, Kementerian Pendidikan Dan Kebudayaan, Jakarta
- Martono, K., (1999) *Kalkulus*, Erlangga, Jakarta
- Misdalina, Zulkardi, Purwoko., (2009) *Pengembangan Materi Integral Untuk Sekolah Menengah Atas (SMA) Menggunakan Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) di Palembang*. JURNAL PENDIDIKAN MATEMATIKA, VOLUME 3, NO. 1, JANUARI 2009
- Sa'adah, W. N., (2010) *Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Kelas VIII SMP Negeri 3 Banguntapan Dalam Pembelajaran Matematika Melalui Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (Pmri)*, Skripsi UNY. Tidak Diterbitkan
- Shadiq, F., (2004) *Pemecahan Masalah, Penalaran dan komunikasi*, Pusat pengembangan dan Penataran Guru Matematika, Yogyakarta
- Sugiyono, (2013) *Metode Penelitian Pendidikan*, Alfabeta, Bandung
- Suwangsih, E., (2006) *Model Pembelajaran Matematika*, UPI PRESS, Bandung
- Thiagarajan, S., Semmel, D. S & Semmel, M. I. 1974. *Instructional Development for Training Teachers of Exceptional Children*. Minneapolis, Minnesota: Leadership Training Institute/Special Education, University of Minnesota
- Utari Sumarmo dan Yanto Permana., (2017) *Mengembangkan Kemampuan Penalaran dan Koneksi Matematik Siswa SMA Melalui Pembelajaran Berbasis Masalah*. Jurnal, EDUCATIONIST Vol. I No. 2/Juli 2007, ISSN : 1907 - 8838
- Varberg, D., Purcell, E.J and Rigdon, S. E., (2007) *Calculus Ninth Edition*, Pearson Internastional Edition.

Lampiran 2: Data Siswa/Mahasiswa Terhadap Pemakaian Prototype Ketiga

No	Aspek Yang Diberikan Respon	Kategori/Jumlah Respon			
1	Tulisan pada bahan ajar jelas.	Sangat Jelas	Jelas	Cukup Jelas	Tidak Jelas
		30	3	2	0
2	Menggunakan bahasa Indonesia yang baik dan benar.	Sangat Komunikatif	Komunikatif	Cukup Komunikatif	Tidak Komunikatif
		32	2	1	0
3	Struktur kalimat pada semua uraian contoh dan soal latihan.	Mudah Dimengerti	Cukup Dimengerti	Sulit Dimengerti	Sangat Sulit Dimengerti
		25	5	3	2
4	Gambar disajikan dengan jelas.	Sangat Mudah	Mudah	Cukup Sulit	Sangat Sulit
		30	5	0	0
5	Kejelasan petunjuk dan arahan pada setiap langkah pendekatan saintifik.	Sangat Jelas	Jelas	Cukup Jelas	Tidak Jelas
		24	6	4	1
6	Sifat komunikatif bahasa yang digunakan.	Sangat Komunikatif	Komunikatif	Cukup Komunikatif	Tidak Komunikatif
		32	2	1	0
7	Contoh soaldan soal latihan yang sangat sulit.	Sangat Mudah	Mudah	Cukup Sulit	Sangat Sulit
		20	8	5	2
8	Tingkat penalaran yang dibutuhkan untuk memahami uraian materi, contoh soal dan soal memerlukan kemampuan penalaran.	Sangat Tinggi	Tinggi	Cukup Tinggi	Rendah
		33	2	0	0
9	Uraian dengan contoh menyenangkan dalam mempelajari	Sangat Menyenangkan	Menyenangkan	Cukup Menyenangkan	Tidak Menyenangkan
		34	0	0	1
10	.Keaktifan dalam mempelajari	Sangat Aktif	Aktif	Cukup Aktif	Tidak Aktif
		27	5	3	0

Lampiran 3 : Biodata Peneliti

A. Identitas Diri

1.	Nama Lengkap	Drs. Sumarno ismail, M. Pd	L
2.	Jabatan Fungsional	Lektor Kepala	
3.	Jabatan Struktural	-	
4.	NIP	196211291988031003	
5.	NIDN		
6.	Tempat dan Tanggal Lahir	Gorontalo, 29 – 11 - 1962	
7.	Alamat Rumah	Jl. Padang, Kel. Tapa Kec. Sipatana Gorontalo.	
8.	Nomor Telepon/Fax/HP	-/+628124416886	
9.	Alamat Kantor	FMIPA UNG Jln. Jendral Sudirman No. 6 Kota Gorontalo	
10.	Nomor Telepon/Fax	-	
11.	Alamat e-mail	sumarno@ung.ac.id	
12.	Lulusan yang telah dihasilkan	S-1= ±100 orang	
13	Matakuliah yang diampuh	1. Geometri	
		2. Kalkulus 1 dan 2	
		3. Metode Numerik	
		4. Geometri Analitik Bidang dan Ruang	
		5. Telaah Kurikulum SMP/SMA	

RIWAYAT PENDIDIKAN

Sekolah Dasar	: SDN XI Hepuhulawa Tahun 1976
SMP	: SMP Negeri 1 Limboto, 1979
SMA Jurusan IPA	: SMA Negeri 1 Limboto, 1982
S1	: FKIP Unsar Manada Tahun 1987
S2	: IKIP Surabaya/Unesa Tahun 1997

RIWAYAT JABATAN

Kepala unit penelitian	STKIP Negeri Gorontalo	2000 s/d 2002
Pembantu Dekan II	Fakultas MIPA UNG	2002 s/d 2006
Pembantu Dekan II	Fakultas MIPA UNG	2006 s/d 2010

PENGALAMAN PENELITIAN

Tahun	Judul Penelitian	Jabatan	Sumber Dana
1996	Penelusuran Proses Berpikir Peserta Didik SLTP Negeri 1 Gorontalo Pada Geometri Sekolah Lanjutan	Peneliti utama	Dikti
1997	Pendekatan Model Dalam Pembelajaran Konsep Operasi Hitung Pecahan di Kelas V Sekolah Dasar	Peneliti utama	Hibah Pascasarjana
2007	Implementasi Inovasi Teknik Pembelajaran Kooperatif Untuk Meningkatkan Pendalaman Keterpakaian Konsep di Dalam Mata Kuliah Geometri Analitik	Peneliti utama	TPSDP (ADB Loan No:1792-INO)

2008	Penerapan Model-model Pembelajaran dalam Meningkatkan Kreativitas dan Kompetensi Guru Mengelola Pembelajaran dan Kompetensi Matematika Siswa Kelas I SMA	Anggota	Hibah bersaning/ Dikti
2010	Meningkatkan Kemampuan Mahasiswa Dalam Menerapkan Keterampilan Dasar Mengajar Melalui Supervisi Klinis	Peneliti Utama	Biaya Sendiri
2012	Meningkatkan penguasaan materi pelajaran pada mahasiswa program studi matematika peserta PPL-2 melalui strategi lesson study	Peneliti Utama	Biaya Sendiri
2011	Pemetaan kompetensi siswa pada mata pelajaran	Anggota	P2M Dikti

KARYA ILMIAH

Tahun	Judul	Penerbit Jurnal
2001	Minimalisasi galat dalam sistem persamaan linier dengan metode pivoting parsial,	Matsain FMIPA
2002	Penelusuran Proses Berpikir Peserta Didik SLTP Negeri 1 Gorontalo Pada Geometri Sekolah Lanjutan	Jurnal Penelitian Pendidikan UNG
2008	Implementasi Inovasi Teknik Pembelajaran Kooperatif Untuk Meningkatkan Pendalaman Keterpakaian Konsep di Dalam Mata Kuliah Geometri Analitik	Matsain FMIPA
2009	Locus of Kontrol Terhadap Kemampuan Mahasiswa dalam Mengelola Pembelajaran Micro (PPL-1)	Jurnal Matsain Volume 6 No.1 Januari 2009
2009	Deskripsi Sub Konsep Bilangan Pecahan (<i>Fraction</i>) untuk Menghindari Miskonsepsi pada Pecahan	Jurnal Matsain Volume 6 No.2 Juli 2009
2010	Beberapa Miskonsepsi Dalam Penggunaan Sifat-sifat Operasi Hitung Pada sistem Bilangan	Jurnal Euler, Vol. 1 tahun 2010.
2011	Bahan ajar matematika sekolah dasar	Tidak diterbitkan
2012	Pemetaan Standar Kompetensi Lulusan Mata Pelajaran Matematika SMP/M.Ts Berdasarkan Hasil UN Matematika tahun 2009 – 2011 (<i>Pendampingan guru mata pelajaran MI dan MTs Kota Gorontalo</i>)	Makalah
2013	Bahan Ajar Geometri Analitik Bindang	Tidak diterbitkan

Gorontalo, Desember 2015

Drs. Sumarno Ismail, M.Pd
NIP. 196211291988031003

Lampiran 4: Surat Pernyataan Peneliti



DEPARTEMEN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN RI
UNIVERSITAS NEGERI GORONTALO

Jl. Jendral Sudirman No. 6 Kota Gorontalo
www.ung.ac.id

SURAT PERNYATAAN KETUA PENELITI

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Drs. Sumarno Ismail, M.Pd NIDN : 0010058106
Pangkat/Golongan : Pembina /IVb
Jabatan Fungsional : Lektor Kepala

Dengan ini menyatakan bahwa proposal penelitian saya dengan judul:
“Pengembangan Bahan Ajar Materi Luas Daerah Menggunakan Integral Dengan Pendekatan Ilmiah (*Scientific Approach*) Untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran Mahasiswa Jurusan Matematika.” yang diusulkan dalam skema Penelitian Kolaboratif Dosen dan mahasiswa untuk tahun anggaran 2015 bersifat **original dan belum pernah dibiayai oleh lembaga/sumber dana lain.**
Bilamana dikemudian hari ditemukan ketidaksesuaian dengan pernyataan ini, maka saya bersedia dituntut dan diproses sesuai dengan ketentuan yang berlaku dan mengembalikan seluruh biaya penelitian yang sudah diterima ke kas negara.
Demikian pernyataan ini dibuat dengan sesungguhnya dan dengan sebenar-benarnya.



Mengetahui
Ketua Lembaga Penelitian,

Prof. Dr. Abd. Kadim Masaong, M.Pd
NIP. 196111141987031002



Gorontalo, 28 Juni 2015
Yang Menyatakan,

Drs. Sumarno Ismail, M.Pd
NIP. 196211291988031003

LUAS DAERAH
Pengembangan Bahan Ajar

Drs. Sumarno Ismail, M.Pd

PENALARAN
MATEMATIKA

$y = 3 \sin(4 - x^2)$

INTEGRAL

Kompetensi Dasar

1. Memahami konsep integral tak tentu dan integral tentu
2. Menghitung integral tak tentu dan integral tentu dari fungsi aljabar dan fungsi trigonometri yang sederhana
3. Menggunakan integral untuk menghitung luas daerah di bawah kurva dan volume benda putar.

Fokus

Pendekatan ilmiah untuk penalaran dalam masalah luas daerah yang melibatkan Integral Tertentu.



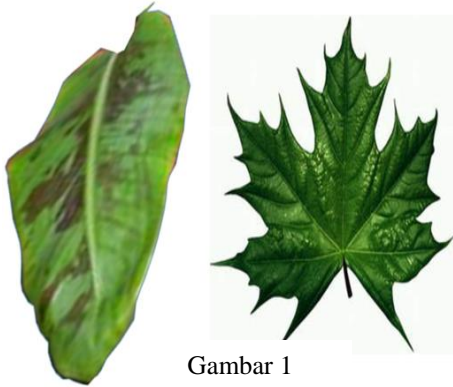
Leibniz (1646-1716 M), seorang ilmuwan jenius dari Leipzig, Jerman. Leibniz seorang ilmuwan yang komplit. Ia mendalami bidang hukum, agama, filsafat, sejarah, politik, geologi, dan matematika. Selain teorema dasar integral kalkulus yang dikembangkan bersama

Newton, Leibniz juga terkenal dalam pemakaian lambang notasi matematika

Lambang $\frac{dx}{dy}$ bagi turunan dan lambang \int bagi integral merupakan lambang-lambang yang diusulkan oleh Leibniz dalam Hitung diferensial dan hitung integral. Kebanyakan ahli sejarah percaya bahwa Newton dan Leibniz mengembangkan kalkulus secara terpisah. Keduanya pula menggunakan notasi matematika yang berbeda pula. Notasi dan "metode diferensial" Leibniz secara universal diadopsi di Daratan Eropa, sedangkan Kerajaan Britania baru mengadopsinya setelah tahun 1820.

Luas Daerah dalam Integral

Menghitung luas daerah beraturan secara matematika bukan lagi menjadi suatu masalah, karena rumus luas untuk itu sudah tersedia misalnya rumus luas segitiga,



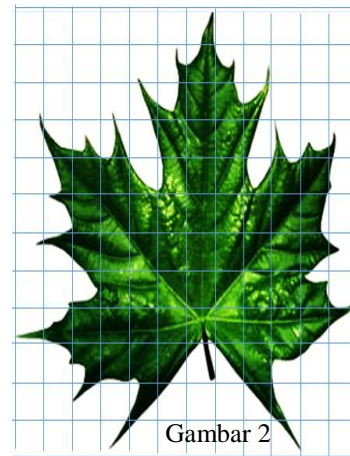
Gambar 1

persegi panjang, trapezium, lingkaran. Tetapi menjadi suatu masalah apabila suatu daerah tidak beraturan. Perhatikan daun pisang dan daun pepaya pada gambar di samping. Pikirkanlah bagaimana caranya menghitung luas permukaan kedua macam daun itu.

Pasti anda tidak menemukan rumus khusus yang digunakan untuk menentukan luas permukaan dari kedua daun tersebut. Tetapi bukan berarti tidak ada alternative untuk menghitung luas daerah yang tidak beraturan seperti dalam contoh dimaksud.

Di dalam matematika disediakan beberapa cara untuk menghitung luas daerah yang tidak beraturan seperti yang ditunjukkan oleh permukaan daun pepaya. Usaha yang dapat dilakukan untuk menghitung luas permukaan atau luas suatu bidang yang bentuknya seperti daerah permukaan daun pepaya antara lain sebagai berikut.

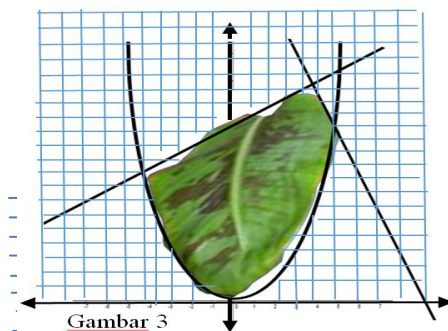
- 1) Sketsalah daun pepaya pada kertas berpetak.
- 2) Hitunglah banyaknya petak persegi satuan penuh yang ada di dalam sketsa daun pepaya tersebut.
- 3) Gabungkanlah petak satuan yang tidak penuh sedemikian



Gambar 2

sehingga kira-kira sama dengan jumlah petak satuan penuh.

- 4) Total banyaknya satuan petak pada nomor 2 dan nomor 3 adalah luas daerah permukaan dari daun pepaya dimaksud yang mendekati luas yang sebenarnya



Gambar 3

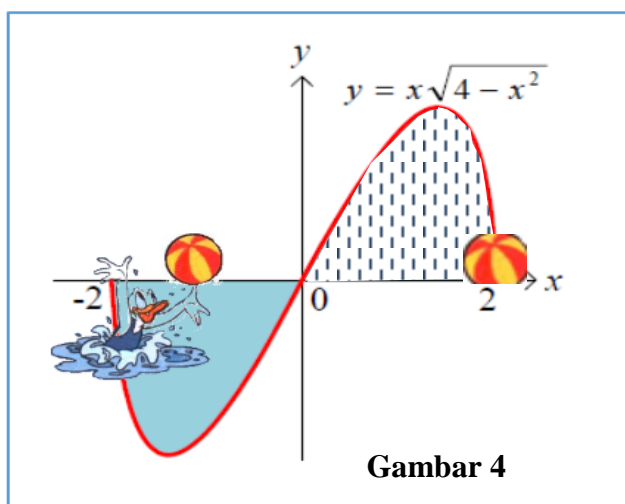
Bentuk permukaan daun pisang seperti yang ditunjukkan pada gambar 1 cenderung menyerupai daerah yang dibatasi oleh

beberapa kurva, yakni satu kurva kuadrat terbuka ke atas dan serta dua buah kurva garis lurus . Pengetahuan terhadap penggunaan konsep integral tertentu dapat membantu untuk menemukan luas permukaan daun pisang. Dalam hal ini bidang permukaan daun pisang hampir sama dengan daerah yang dibatasi oleh kurva parabola dan dua garis lurus. seperti yang ditunjukkan oleh gambar 3. Jika model matematika dari kurva kuadrat dan garis lurus yakni fungsi kuadrat dan fungsi linier ditemukan, maka luas daerah dimaksud dapat dihitung dengan menggunakan konsep integral tertentu. Untuk menemukan grafik fungsi parabola $y = ax^2 + bx + c$ anda harus menentukan sebarang tiga titik yang dilalui kurva dan mengganti s dengan bilangan pada absis dan mengganti y dengan bilangan ordinat. Menggunakan cara yang serupa, temukan dua titik koordinat yang dilalui oleh kurva garis lurus dan temukan persamaannya dengan memanfaatkan bentuk umum fungsi linier $y = ax + b$

1. Luas Daerah antara Suatu Kurva $y = f(x)$ dan Sumbu X, ($f(x) \geq 0$ atau $f(x) \leq 0$)

Sebelumnya telah dipahami konsep integral tak tentu dan integral tentu serta telah mampu menghitung integral tak tentu dan integral tentu dari fungsi aljabar dan fungsi trigonometri. Di kelas X telah dipelajari tentang cara menggambar kurva fungsi kuadrat antara lain menentukan titik potong kurva dengan sumbu-sumbu koordinat, sumbu simsteri dan titik balik. Demikian pula menggambar kurva suatu fungsi yang bukan fungsi kuadrat.

Masalah (-_-)..



Gambar 4

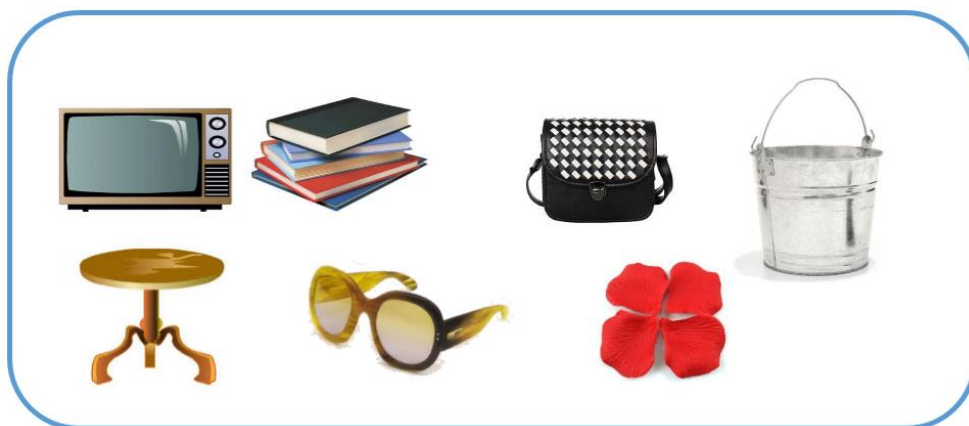
Donald duck sedang bermain bola di dalam sebuah kolam. Jika ia berenang membawa bola dari dari titik -2 dan sampai di titik 0 melambungkan bola tersebut ke atas hingga bola tersebut jatuh pada titik 2. Lintasan lambungan bola tersebut ternyata membentuk sebuah kurva seperti gambar

disamping. Bantulah Donald menghiung luas bidang yang terbentuk dari percikan air dari bola, seperti yang terlihat pada gambar di samping.



Senang Mengamati

Di lingkungan sekitar kita terdapat benda-benda yang permukaan datarnya dapat kita hitung Luasnya. Selain benda-benda pada gambar 4 masih banyak benda lain yang permukaannya dapat kita hitung luasnya lihat gambar 5. Perhatikan dengan cermat bentuk dari permukaan benda tersebut kemudian klasifikasikan bentuk tersebut dan catatlah hasil pengamatan kalian.



Gambar 5

Dari gambar 5, amatilah berbagai macam benda dan tetntukan benda yang permukaannya datar. Selanjutnya kalian jelaskan cara menghitung luas dari setiap permukaan datar pada setiap jenis benda tersebut. Khusus untuk bidang permukaan dari tas, wadah tempat air, dan kelopak bunga bagaimana anda menghitungnya?, mampukah kalian menentukan luas dari masing-masing benda tersebut?.



Gambar 6

Selain gambar di atas terdapat beberapa benda bergerak lainnya yang sering kalian jumpai di sekitar kalian. Benda-benda tersebut bergerak dengan kecepatan tertentu, dan akan menempuh jarak dengan

kecepatan tertentu pula. Amatilah gambar tersebut dengan cermat dan bandingkan dengan pembahasan yang nanti kalian peroleh.



Senang Menanya

Untuk kurva, setelah kurva tersebut disajikan dalam bidang kartesius dengan sumbu x dan sumbu y ditemukan persamaannya adalah $y = x^2 - 4x + 3$. Sama halnya dengan permasalahan Donald duck ada beberapa hal yang diperlukan untuk mengitung luas daerah yang dibatasi oleh suatu kurva yang dilalui kucing tersebut, coba ingat kembali konsep tentang integral tertentu yang sebelumnya dipelajari. Salah satu pertanyaan terkait dengan masalah ini adalah Bagaimana menemukan persamaan fungsi dari gerakan jelajah kucing dan bagaimana menggambar daerah kurva dari persamaan yang dibentuk oleh kucing tersebut ?. Selain pertanyaan ini coba buatlah beberapa pertanyaan terkait sehingga kalian mampu menentukan luas daerah pergerakan kucing yang terbentuk.

2. Seperti permasalahan yang ada pada awal sub bab berkaitan dengan daerah lambungan bola Donald duck. Coba kalian amati gambar tersebut, hal-hal apa saja yang perlu diketahui ketika kalian akan membantu donald dalam menentukan luas bidang yang terbentuk dari percikan air dari bola?, identifikasilah hal-hal apa sajakah itu ? dan buatlah catatan dan diskusikan bersama teman-temanmu.



Senang Kumpul

Sebelum membahas sub bab ini tentunya kalian telah memahami serta mengetahui cara menggambar sebuah kurva kuadrat, gunakan pengetahuan anda dalam pembahasan ini. Pada sebuah bidang kucing pintar berkerak meluncur sedemikian sehingga lintasan gerakannya menyerupai bentuk kurva fungsi kuadrat yang persamaannya adalah $y = x^2 - 4x + 3$. Luas daerah bidang pergerakan yang berada di dalam sumbu x positif. Krva dan daerah perkerakan kucing tersebut dapat proses sketsanya adalah sebagai berikut :

1. Menggambar daerah atau batas-batas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = x^2 - 4x + 3$ dengan sumbu X dan sumbu Y .

1). Menentukan titik potong dengan sumbu X dan titik potong Sumbu Y

Jika $x = 0$ maka, $y = x^2 - 4x + 3$ (Substitusi nilai x)

$$y = (0)^2 - 4(0) + 3$$

$$y = 3$$

$y = 0$ maka, $y = x^2 - 4x + 3$ (Substitusi nilai y)

$$0 = x^2 - 4x + 3$$

$$(x - 1)(x - 3), \text{ sehingga diperoleh } x = 1 \text{ atau } x = 3$$

Dapat dituangkan ke dalam tabel berikut :

x	0	1 atau 3
y	3	0
(x, y)	(0,3)	(1,0) atau (3,0)

2) Menentukan Titik Balik (titik puncak untuk fungsi parabola dan fungsi kuadrat)

Perhatikan kembali kurva yang dibentuk melalui pergerakan semut tersebut, jika persamaan atau fungsi tersebut merupakan fungsi parabola atau kuadrat maka tentukanlah titik puncak dari persamaan tersebut.

Koordinat Titik Puncak dapat diperoleh dari $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a}\right)$ dengan $D = b^2 - 4ac$

Dari persamaan kurva $y = x^2 - 4x + 3$ dapat ditentukan titik puncak adalah :

$$-\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2(1)} = \frac{4}{2} = 2$$

$$-\frac{D}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{(-4)^2 - 4(1)(3)}{4(1)} = -\frac{16 - 12}{4} = -\frac{4}{4} = -1$$

Jadi titik puncaknya adalah (2,-1)

3) Menentukan Titik Bantu

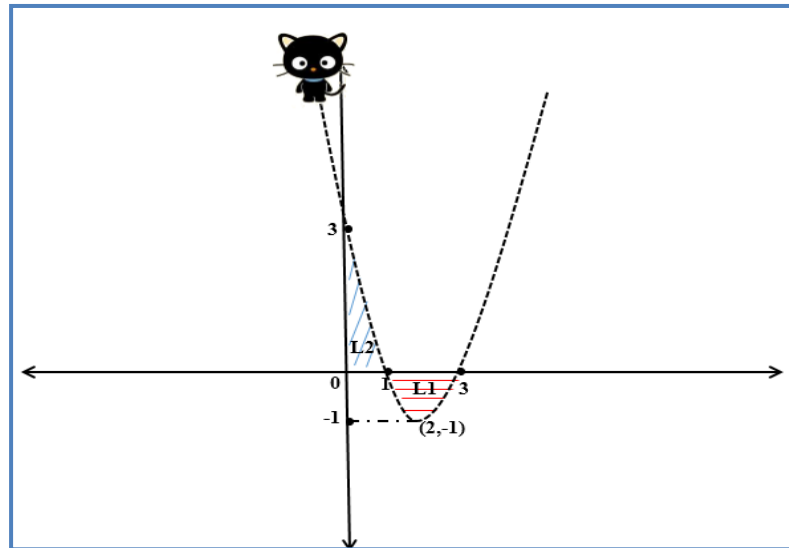
Titik bantu dapat diperoleh dengan memisalkan nilai x atau y dengan beberapa nilai yang tidak termasuk dalam titik potong maupun titik puncak. Titik bantu berfungsi mempermudah dalam menggambar sebuah kurva dari sebuah persamaan.

Misalkan titik bantu pada fungsi atau persamaan $y = x^2 - 4x + 3$ dituangkan kedalam tabel berikut:

x	-2	-4	5	6
y	5	3	8	15
(x, y)	(-2,5)	(-4,3)	(5,8)	(6,15)

4) Melukis Kurva berdasarkan titik-titik yang telah diperoleh.

Dari persamaan $y = x^2 - 4x + 3$ diperoleh kurva sebagai berikut :



Gambar 7

2. Menentukan batas integrasi berdasarkan kurva yang telah diperoleh.

Perhatikan kurva yang ditunjukkan seperti pada gambar 7, kurva tersebut terdiri atas dua daerah, sehingga batas integrasinya adalah :

Batas Integrasi I ($y = 0$) :

$$y = x^2 - 4x + 3$$

$$(x - 1)(x - 3)$$

$$x = 1, x = 3$$

3. Menentukan luas daerah kurva yang diperoleh dari fungsi.

Perhatikan kembali kurva yang terbentuk. Kurva tersebut terdiri dari dua daerah, daerah pertama terletak dibawah sumbu x dimana $f(x) \leq 0$ dan daerah kedua terletak diatas sumbu x dimana $f(x) \geq 0$. Dengan mengingat kembali konsep integral tertentu sebelumnya, maka luas daerah dari kurva tersebut dapat ditentukan.

Integral Tertentu dinotasikan sebagai berikut :

$$\int_a^b f(x) dx$$

Sehingga untuk menentukan Luas daerah kurva yaitu dengan menggunakan konsep integral tertentu, dapat ditulis sebagai berikut :

$$L = \int_a^b f(x) dx$$

Karena terdapat salah satu daerah lagi dibawah sumbu x pada kurva yang terbentuk maka Luas daerah menjadi :

$$L = - \int_a^b f(x) dx$$

Sehingga luas daerah dari persamaan $y = x^2 - 4x + 3$ adalah :

$$\begin{aligned} L_1 &= - \int_a^b f(x) dx \\ &= - \int_1^3 (x^2 - 4x + 3) dx \\ &= \int_3^1 (x^2 - 4x + 3) dx \\ &= \left[\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x \right]_3^1 \\ &= \left[\frac{1}{3}(1)^3 - 2(1)^2 + 3(1) \right] - \left[\frac{1}{3}(3)^3 - 2(3)^2 + 3(3) \right] \\ &= \left(\frac{1}{3} - 2 + 3 \right) - (9 - 18 + 9) = \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3} \text{ Satuan Luas} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_2 &= \int_a^b f(x) dx \\ &= \int_0^1 (x^2 - 4x + 3) dx \\ &= \left[\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x \right]_0^1 \\ &= \left[\frac{1}{3}(1)^3 - 2(1)^2 + 3(1) \right] - \left[\frac{1}{3}(0)^3 - 2(0)^2 + 3(0) \right] \\ &= \frac{1}{3} - 2 + 3 - 0 = \frac{1}{3} + 1 \\ &= \frac{4}{3} \text{ Satuan Luas} \end{aligned}$$

Jadi Luas daerah total dari persamaan $y = x^2 - 4x + 3$ adalah :

$$\begin{aligned}
 L &= L_1 + L_2 \\
 &= \frac{4}{3} + \frac{4}{3} \\
 &= \frac{8}{3} \text{ Satuan Luas}
 \end{aligned}$$

Perhatian kembali permasalahan donal duck dalam menentukan luas daerah lambungan bola. Dalam kurva yang terbentuk telah jelas terlihat fungsi dari kurva yang adalah $y = x\sqrt{4 - x^2}$ dengan arah lambungan dari titik -2 hingga bola terjatuh pada titik 2. Dengan menggunakan konsep luas daerah seperti pada permasalahan pertama, coba tentukan luas daerah lambungan tersebut?



Senang Menalar

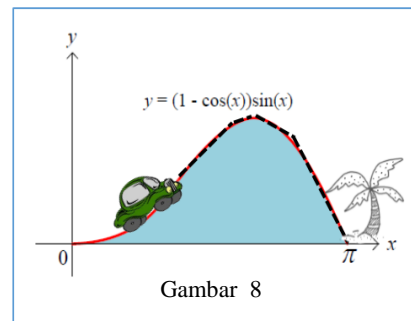
Seorang ahli geografi menaiki mobil yang bergerak melewati sebuah puncak gunung seperti di ilustrasikan

Metode substitusi berkaitan dengan aturan rantai di dalam derivatif, yang dinyatakan sebagai berikut

Jk $u=g(x)$ mempunyai derivatif dg rangenya berupa interval I dan f kontinu pada I , maka

$$\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(u)du$$

dalam gambar diatas. Jika ahli tersebut ingin mengetahui luas daerah puncak yang ia lewati, maka bagaimanakah cara menentukan luas tersebut jika kurva diketahui ?.



Untuk memudahkan menemukan penyelesaian masalah ini anda harus mengingat pengembangan integral fungsi trigonometri substitusi dalam integral. Pengembangan trigonometri yang dimaksud seperti yang pada catatan di samping.

- RUMUS -RUMUS PENGEMBANGAN**
1. $\int \sin ax \, dx = -\frac{1}{a} \cos ax + c$
 2. $\int \cos ax \, dx = \frac{1}{a} \sin ax + c$
 3. $\int \tan x \, dx = -\ln|\cos x| + c$
 4. $\int \cot x \, dx = \ln|\sin x| + c$
 5. $\int \sin ax \, dx = -\frac{1}{a} \cos ax + c.$
 6. $\int \cos ax \, dx = \frac{1}{a} \sin x + c.$

dan teknik integral fungsi ditunjukkan

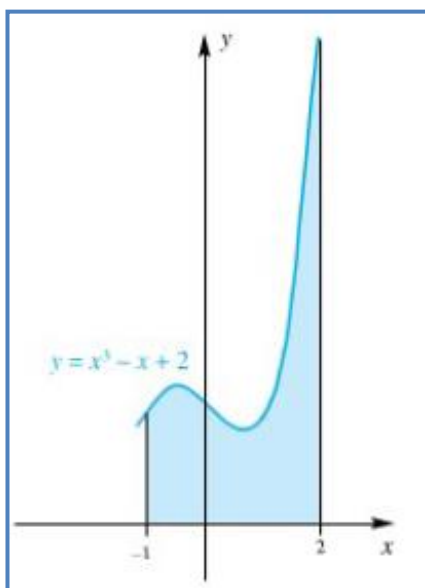


Senang Berbagi

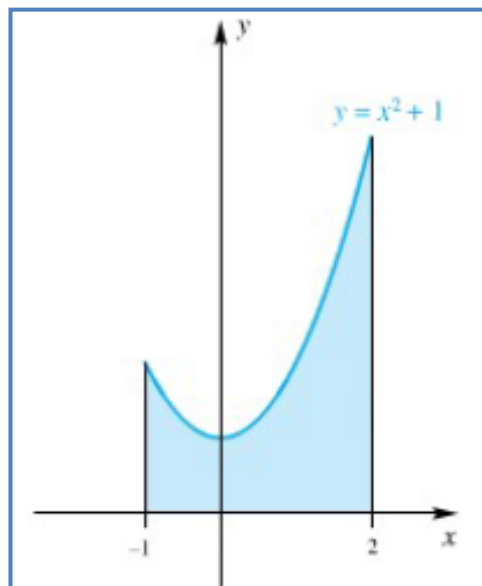
Permasalahan yang telah disajikan sebelumnya sebaiknya dikerjakan secara berkelompok. Setelah anda memahami dan mampu menyelesaikan permasalahan tersebut, anda bisa menjelaskan kembali kepada teman-temanmu sehingga penguasaan terhadap materi semakin luas.

Untuk lebih memantapkan penguasaan anda terkait dengan Luas daerah dalam integral tertentu, coba diskusikanlah permasalahan berikut dengan teman-temanmu.

1. Persegi panjang yang dibatasi oleh sumbu-sumbu koordinat, garis $x = 3$, dan garis $y = 9$, terbagi menjadi dua bagian oleh parabola $y = x^2$. Gambarlah grafik tersebut, kemudian hitunglah masing-masing luas bagian persegi panjang tersebut.
2. Dengan menggunakan konsep Luas daerah dalam integral tertentu, coba kalian tentukanlah luas daerah dari masing-masing kurva dibawah ini.



Gambar 9



Gambar 10



Rangkuman

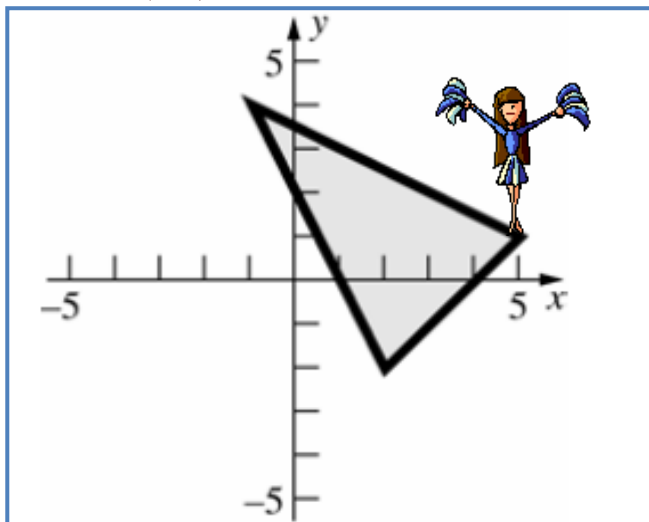
Untuk menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan Luas daerah dalam integral tertentu ada beberapa hal yang perlu diperhatikan diantaranya sebagai berikut :

1. Pahami dan cermati permasalahan yang diberikan.
2. Identifikasi hal-hal yang diketahui dalam permasalahan tersebut, utamanya berkaitan dengan persamaan, bentuk kurva, titik potong maupun batas-batas daerah kurva yang ditanyakan.
3. Perhatikan kembali konsep pengintegralan dalam integral tertentu yang menjadi persamaan dari Luas daerah.
4. Kaitkan hal-hal yang diketahui dengan konsep Luas daerah yang telah kalian pelajari pada sub bab ini.

2. Luas Daerah antara Dua Kurva

Secara umum, penyelesaian luas daerah dengan menggunakan integral tentu selalu melibatkan batas. Batas-batas ini ada yang dapat ditentukan dengan mudah hanya dengan melihat sketsa, ada juga yang perlu dicari menggunakan bantuan konsep lain seperti konsep sistem persamaan.

Masalah (-_-)..



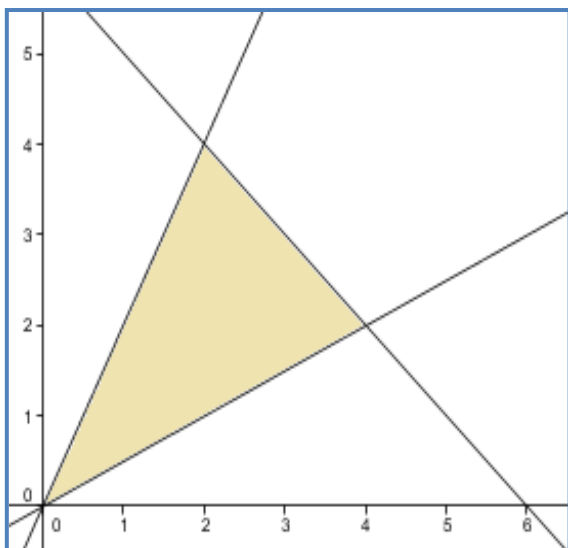
Perhatikan dengan cermat gambar disamping. Seorang Cherleader sedang melakukan gerakan dance dengan posisi membentuk sebuah segitiga. Dengan perubahan posisi dari tiap titik sudut nya adalah $(-1,4)$, $(2,-2)$ dan $(5,-1)$. Dengan menggunakan konsep integral, berikan penjelasan anda bagaimana menentukan luas daerah yang dibatasi garis pergerakan cherleader tersebut ?

Untuk memudahkan anda memberikan penjelasan sebaiknya dingat cara menemukan persamaan garis lurus melalui dua titik.

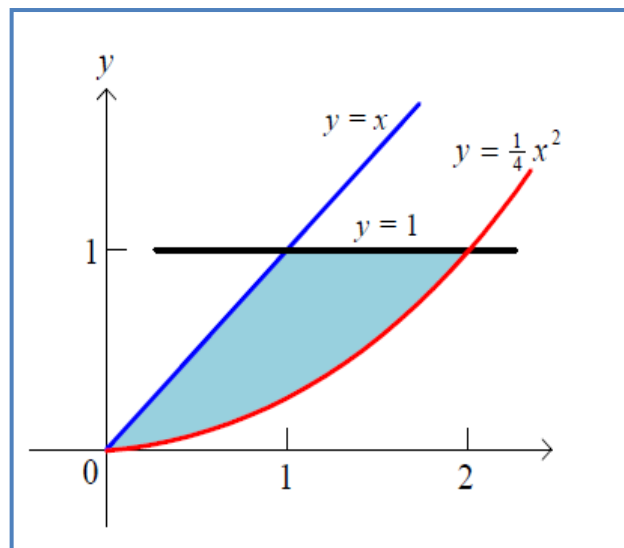


Senang Mengamati

Perhatikan kedua gambar kurva di bawah ini, Gambar 1.9 merupakan daerah warna coklat dibatasi oleh garis $y = 2x$, $y = \frac{1}{2}x$ dan $x + y = 6$. Amati juga gambar 1.10 daerah warna biru yang dibatasi dengan 3 buah fungsi. Coba perhatikan dengan lebih teliti apakah perbedaan dari kedua gambar tersebut? dimana letak perbedaannya? lalu bagaimanakah dalam menentukan luas daerah dari masing-masing gambar tersebut? Catatlah hasil pengamatanmu.



Gambar12



Gambar 13



Senang Menanya

1. Seperti permasalahan yang ada pada awal sub bab terkait dengan seorang Cherleader yang sedang melakukan gerakan dance dengan posisi membentuk sebuah segitiga. Dengan perubahan posisi dari tiap titik sudut nya adalah $(-1,4)$, $(2,-2)$ dan $(5,1)$.

Untuk menyelesaikan permasalahan tersebut identifikasilah hal-hal apa saja yang diperlukan sebelum menentukan luas daerah pergerakan cherleader ? Diskusikanlah bersama temanmu.

- Misalkan terdapat fungsi $f(x) = x^2 - 2x$ dan $g(x) = 4x - x^2$. Dari kedua fungsi tersebut bisakah kalian menentukan luas daerah yang dibatasi kurva f dan g ?

Sebelum kalian menyelesaikan permasalahan tersebut, coba ingat kembali pembahasan awal kita terkait dengan Luas daerah di atas sumbu x dan di bawah sumbu x . Buatlah pertanyaan terkait dengan permasalahan kali ini.



Senang kumpul

Masih ingatkah kalian dalam menentukan persamaan garis maupun persamaan kuadrat ? Coba ingat kembali kemudian terapkan dalam pembahasan ini.

Seperti permasalahan seorang Cherleader sedang melakukan gerakan dance dengan posisi membentuk sebuah segitiga. Dengan perubahan posisi dari tiap titik sudut nya adalah $(-1,4)$, $(2,-2)$ dan $(5,1)$. Ada beberapa tahapan ketika kita menyelesaikan permasalahan seperti ini, coba perhatikan dan cermati tahapan berikut :

- Membuat sebuah persamaan/ fungsi terkait dengan permasalahan yang diberikan

Dari permasalahan tersebut dapat diidentifikasi bahwa daerah yang dibentuk oleh cherleader tersebut merupakan daerah segitiga dengan 3 titik sudut. Karena terdiri dari 3 buah titik sudut maka akan ditentukan pula 3 buah persamaan garis yang melalui titik sudut tersebut. Coba amati kembali gambar 1.4 sehingga akan diperoleh :

Persamaan garis melalui titik $(-1,4)$ dan $(5,1)$.

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

Gunakan persamaan diatas dalam menentukan persamaan garis yang melalui titik tersebut. Ketika diuraikan maka diperoleh persamaan garis 1 adalah $y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$

Persamaan garis melalui titik $(-1,4)$ dan $(2,-2)$ yaitu $y = -2x + 2$

Persamaan garis melalui titik $(2,-2)$ dan $(5,1)$ adalah $y = x - 4$

- Menentukan luas dari daerah yang dimaksud.

Amati kembali gambar terkait dengan permasalahan ini, dari gambar diperoleh 2 daerah integral, yaitu bagian kiri dari daerah segitiga dan bagian kanan dari daerah tersebut. Perhatikan penjabaran berikut :

Daerah bagian kiri dibatasi oleh persamaan $y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$ dan $y = -2x + 2$, dengan batas-batas integrasi $a = -1$ dan $b = 2$ (Perhatikan Gambar)

Dengan menggunakan konsep integral tertentu diperoleh persamaan luas daerah antara dua kurva sebagai berikut :

$$L = \int_a^b f(x) - \int_a^b g(x) dx$$

Sehingga luas daerah bagian kiri diperoleh,

$$\begin{aligned} L &= \int_a^b f(x) - g(x) dx \\ &= \int_{-1}^2 \left(-\frac{1}{2}x + \frac{7}{2} \right) - (-2x + 3) dx \\ &= \int_{-1}^2 \left(\frac{3}{2}x + \frac{3}{2} \right) dx \\ &= \left[\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x \right]_{-1}^2 \\ &= \left[\frac{3}{4}(2)^2 + \frac{3}{2}(2) \right] - \left[\frac{3}{4}(-1)^2 + \frac{3}{2}(-1) \right] \\ &= (3 + 3) - \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{2} \right) \\ &= 6 - \left(\frac{3}{4} - \frac{6}{4} \right) \\ &= 6 + \frac{3}{4} \\ &= \frac{27}{4} \text{ Satuan Luas} \end{aligned}$$

Daerah bagian kiri dibatasi oleh persamaan $y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$ dan $y = x - 4$, dengan batas-batas integrasi $a = 2$ dan $b = 5$ (Perhatikan Gambar)

$$L = \int_a^b f(x) - g(x) dx$$

$$\begin{aligned}
&= \int_2^5 \left(-\frac{1}{2}x + \frac{7}{2} \right) - (x - 4) dx \\
&= \int_2^5 -\frac{3}{2}x + \frac{15}{2} dx \\
&= \left[-\frac{3}{4}x^2 + \frac{15}{2}x \right]_2^5 \\
&= \left[-\frac{3}{4}(5)^2 + \frac{15}{2}(5) \right] - \left[-\frac{3}{4}(2)^2 + \frac{15}{2}(2) \right] \\
&= \left(-\frac{75}{4} + \frac{75}{2} \right) - (-3 + 15) \\
&= \left(-\frac{75}{4} + \frac{150}{4} \right) - 12 \\
&= \frac{75}{4} - \frac{48}{4} \\
&= \frac{27}{4} \text{ Satuan Luas}
\end{aligned}$$

Sehingga luas daerah segitiga yang merupakan daerah pergerakan cherleader adalah :

$$L = \frac{27}{4} + \frac{27}{4} = \frac{27}{2} = 13,5 \text{ Satuan Luas}$$

Untuk menyelesaikan permasalahan selanjutnya, tentunya perlu kalian cermati kembali pembahasan yang berkaitan dengan luas daerah antara suatu kurva. Hal-hal yang terkait dengan konsep sebelumnya yaitu luas daerah di atas dan dibawah sumbu x hampir sama dengan konsep yang berkaitan dengan luas daerah antara dua kurva.

Perhatikan kembali fungsi $f(x) = x^2 - 2x$ dan $g(x) = 4x - x^2$. Jika kalian menemukan permasalahan seperti ini dalam menentukan luas daerah dalam integral tertentu coba kalian perhatikan langkah-langkah berikut dalam menyelesaikan permasalahan tersebut :

1. Menggambar daerah yang dibatasi fungsi $f(x) = y = x^2 - 2x$ dan $g(x) = y = 4x - x^2$

Gambar $y = x^2 - 2x$

- 1) Menentukan titik potong dengan sumbu X dan titik potong dengan sumbu Y

Jika $x = 0$ maka, $y = x^2 - 2x$ (Substitusi nilai x)

$$y = (0)^2 - 2(0)$$

$$y = 0$$

$y = 0$ maka, $y = x^2 - 2x$ (Substitusi nilai y)

$$0 = x^2 - 2x$$

$$x(x - 2) = 0$$

$$x = 0 \text{ atau } x = 2$$

Dapat dituangkan ke dalam tabel berikut :

x	0	2
y	0	0
(x, y)	(0,0)	(2,0)

- 2) Menentukan Titik Balik (titik puncak untuk fungsi parabola dan fungsi kuadrat)

Karena fungsi $y = x^2 - 2x$ merupakan fungsi kuadrat maka ordinat titik puncak akan ditentukan.

Koordinat Titik Puncak dapat diperoleh dari $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a}\right)$ dengan $D = b^2 - 4ac$

Dari persamaan kurva $y = x^2 - 2x$ dapat ditentukan titik puncak adalah :

$$-\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2(1)} = \frac{2}{2} = 1$$

$$-\frac{D}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{(-2)^2 - 4(1)(0)}{4(1)} = -\frac{4 - 0}{4} = -\frac{4}{4} = -1$$

Jadi titik puncaknya adalah (1,-1)

- 3) Menentukan Titik Bantu

Misalkan titik bantu pada fungsi atau persamaan $y = x^2 - 2x$ dituangkan kedalam tabel berikut:

x	-3	-2	3	4	5
y	15	8	3	8	15
(x, y)	(-3,15)	(-2,8)	(3,3)	(4,8)	(5,15)

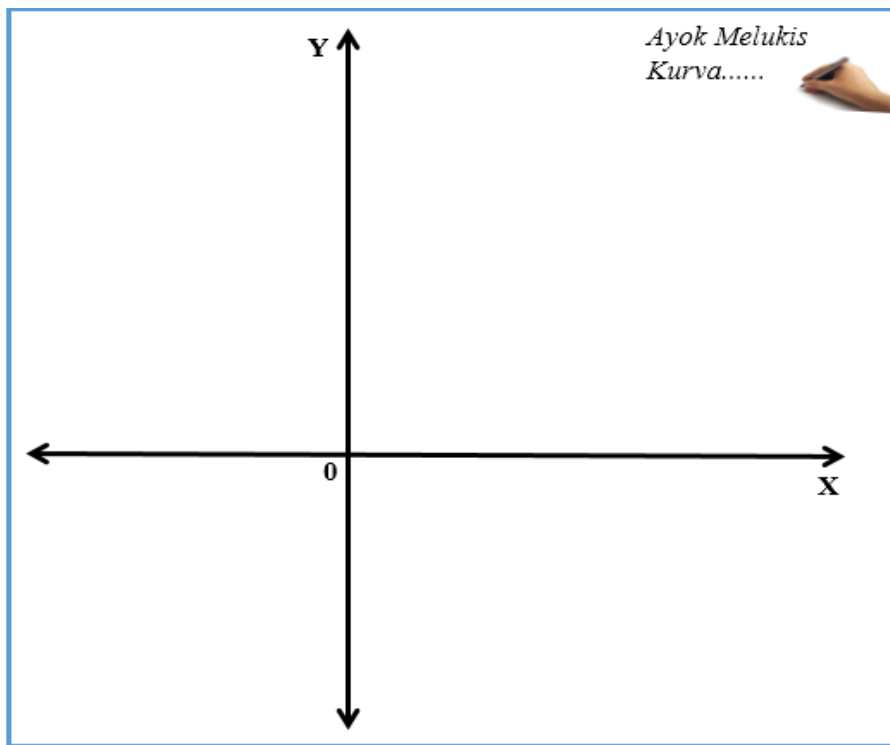
Gambar

$$y = 4x - x^2$$

Untuk fungsi $y = 4x - x^2$ buatlah seperti fungsi sebelumnya, kerjakan bersama temanmu.

4) Melukis Kurva berdasarkan titik-titik yang telah diperoleh.

Dari dua fungsi sebelumnya, kalian akan mampu melukis kurva melalui titik-titik yang telah kalian peroleh. Coba kerjakan bersama temanmu.



Gambar 14

2. Menentukan batas integrasi berdasarkan kurva yang telah diperoleh.

Perhatikan kurva yang diperoleh, dari persamaan diperoleh kurva seperti pada gambar. Batas integrasi diperoleh dari perpotongan kedua kurva.

$$y_1 = y_2$$

$$4x - x^2 = x^2 - 2x$$

$$4x + 2x - x^2 - x^2 = 0$$

$$-2x^2 + 6x = 0$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x - 3) = 0$$

$$x = 3 \text{ dan } x = 0$$

3. Menentukan luas daerah kurva yang diperoleh dari fungsi.

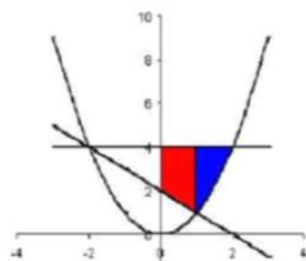
Luas daerah dari kedua fungsi tersebut adalah :

$$\begin{aligned}
 L &= \int_a^b f(x) - g(x) dx \\
 &= \int_0^3 (4x - x^2) - (x^2 - 2x) dx \\
 &= \int_0^3 -2x^2 + 6x dx \\
 &= \left[-\frac{2}{3}x^3 + 3x^2 \right]_0^3 \\
 &= \left[-\frac{2}{3}(3)^3 + 3(3)^2 \right] - \left[-\frac{2}{3}(0)^3 + 3(0)^2 \right] \\
 &= -\frac{54}{3} + 27 \\
 &= -\frac{54}{3} + \frac{81}{3} \\
 &= \frac{27}{3} \\
 &= 9 \text{ Satuan Luas}
 \end{aligned}$$



Senang Menalar

Setelah memahami Persamaan Luas Daerah berdasarkan konsep Integral Tertentu, selanjutnya perhatikan Gambar 1.12 berikut :



Gambar 15

Gambar disamping merupakan kurva yang terbentuk oleh parabola $y = x^2$ di kuadran I, garis $x + y = 2$ dan garis $y = 4$. Coba perhatikan kedua warna pada gambar, amati dan tentukanlah berapa Luas daerah keseluruhan dari kedua warna tersebut ?

Informasi dari gambar 1.5

Perhatikan bahwa luas daerah yang akan ditentukan adalah yang berwarna merah dan berwarna biru. Pemberian warna berbeda pada kurva tersebut bertujuan untuk memperjelas dalam proses perhitungan nanti (Kedua warna tersebut memiliki batas yang berbeda).

Luas I ditandai dengan warna MERAH.

Coba perhatikan bahwa daerah yang berwarna merah dibatasi oleh 2 fungsi yaitu :

$$\text{Fungsi I : } y = f(x) = 4$$

$$\text{Fungsi II : } y = f(x) = -x + 2$$

Luas II ditandai dengan warna BIRU.

Perhatikan kembali daerah yang berwarna biru. Daerah tersebut dibatasi oleh 3 fungsi juga yaitu :

$$\text{Fungsi I : } y = f(x) = 4$$

$$\text{Fungsi II : } y = f(x) = x^2$$

Dari gambar diperhatikan bahwa batas antara Luas I (Merah) dengan Luas II (Biru) adalah 1. Mengapa demikian ? Hal ini dapat diperoleh dari perpotongan antara fungsi $y = x^2$ dan $y = -x + 2$. Perhatikan penjabaran berikut :

$$y_1 = y_2$$

$$x^2 = -x + 2$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$(x + 2)(x - 1) = 0$$

$$x + 2 = 0, \quad x - 1 = 0$$

$$x = -2 \text{ atau } x = 1$$

Gunakan konsep Luas daerah antara dua kurva yang telah dipelajari sebelumnya dalam menentukan luas daerah kurva tersebut. Perhatikan kurva dalam menentukan batas atas dan batas bawah. Sehingga dari kurva diperoleh $a = 0$ dan $b = 1$ (diperoleh dari penjabaran sebelumnya)

$$L_1 = \int_a^b f(x) - g(x) dx$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^1 4 - (-x + 2) dx \\
&= \int_0^1 4 + x - 2 dx \\
&= \int_0^1 2 + x dx \\
&= \left[2x + \frac{1}{2}x^2 \right]_0^1 \\
&= \left[2(1) + \frac{1}{2}(1)^2 \right] - \left[2(0) + \frac{1}{2}(0)^2 \right] \\
&= \frac{5}{2} \text{ satuan luas}
\end{aligned}$$

Batas atas 2 diperoleh dari perpotongan $y = 4$ dan $y = x^2$

$$\begin{aligned}
L_2 &= \int_a^b f(x) - g(x) dx \\
&= \int_1^2 4 - x^2 dx \\
&= \left[4x - \frac{1}{3}x^3 \right]_1^2 \\
&= \left[4(2) - \frac{1}{3}(2)^3 \right] - \left[4(1) - \frac{1}{3}(1)^3 \right] \\
&= \left(8 - \frac{8}{3} \right) - \left(4 - \frac{1}{3} \right) \\
&= 8 - \frac{8}{3} - 4 + \frac{1}{3} \\
&= 4 - \frac{7}{3} \\
&= \frac{5}{3} \text{ satuan luas}
\end{aligned}$$

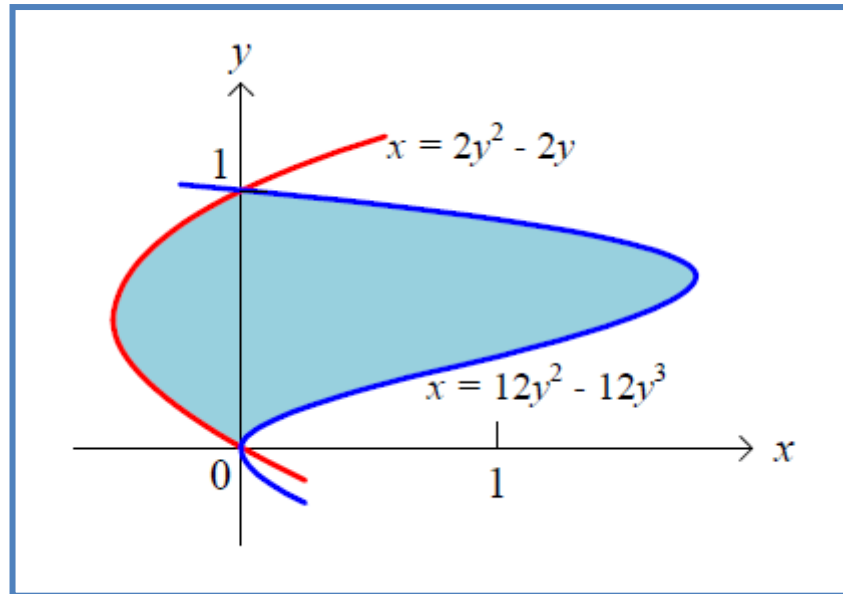
Sehingga Luas kurva yang ditandai warna merah dan warna biru adalah :

$$L = L_1 + L_2$$

$$= \frac{5}{2} + \frac{5}{3}$$

$$= \frac{25}{6} \text{ satuan luas}$$

Setelah memahami permasalahan diatas, coba amati kurva dibawah ini :



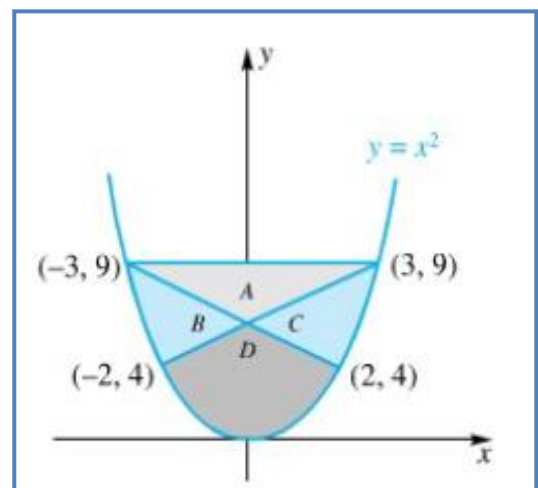
Diskusikan dengan temanmu, latihlah kemampuanmu dalam bernalar dengan menentukan luas daerah berwarna biru yang dibatasi oleh dua persamaan seperti tampak pada gambar ?



Senang Berbagi

Mantapkan penguasaan kalian terhadap luas daerah antara dua kurva dengan cara membagi pengetahuan kepada sesama temanmu dan untuk mengembangkan penguasaan anda, coba selesaikan permasalahan berikut ini :

1. Perhatikan gambar 17, perhatikan daerah yang ditandai dengan huruf A, B, C, dan D.



Hitunglah luas daerah tersebut, dan periksalah dengan menghitung $A + B + C + D$ dalam satu integral.

2. Hitung luas permukaan daun tanaman yang diberikan kepada kelompok anda. Untuk itu kelompokmu harus melakukan langkah-langkah antara lain:
 - a. Siapkan kertas berpetak atau kertas millimeter dan buatlah sumbu-sumbu koordinat pada kertas tersebut (sumbu x dan sumbu y) yang saling tegak lurus.
 - b. Ciplaklah bentuk daun tanaman yang ada pada kelompok anda di kertas berpetak (kertas millimeter).
 - c. Tetapkan tiga buah titik koordinat yang dilalui oleh kurva yang duplikat daun tersebut.
 - d. Gunakan semua informasi pada gambar untuk memproses perhitungan luas permukaan daun tanaman tersebut.



Rangkuman

Dari pembahasan yang berkaitan dengan Luas daerah antara dua kurva ada beberapa hal yang perlu diperhatikan diantaranya sebagai berikut :

1. Jika permasalahan disajikan dengan gambar atau kurva, cermatilah hal-hal yang diketahui yang dapat digunakan dalam menyelesaikan permasalahan tersebut.
2. Persamaan luas daerah antara dua kurva dalam menyelesaikan permasalahan adalah :

$$L = \int_a^b f(x) - g(x) dx$$

Dengan a dan b adalah batas-batas integrasi.

3. Jika dalam permasalahan yang diberikan fungsi dari kurva tidak diketahui maka tentukanlah dahulu fungsi tersebut dengan mengingat kembali konsep dalam menentukan persamaan atau fungsi jika diketahui beberapa komponen lain.



**KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
UNIVERSITAS NEGERI GORONTALO
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
Jalan Jenderal Sudirman Nomor 6 Kota Gorontalo
Telepon. (0435) 827213 Fax. (0435) 827213**

**SURAT KEPUTUSAN
DEKAN FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI GORONTALO
Nomor : 391/UN47.B4/DT/2015**

Tentang

**PENETAPAN DOSEN PENELITI DAN JUDUL PENELITIAN
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI GORONTALO T.A. 2014/2015**

DENGAN RAHMAT TUHAN YANG MAHA ESA

**DEKAN FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI GORONTALO**

- Menimbang** : a. Bahwa upaya mewujudkan salah satu Tri Dharma Perguruan Tinggi dan untuk meningkatkan mutu ketenagaan di lingkungan Universitas Negeri Gorontalo maka perlu digalakkan usaha-usaha penelitian;
- b. Bahwa mereka yang nama-namanya tercantum dalam lampiran Surat Keputusan ini dianggap mampu dan memenuhi syarat untuk melaksanakan kegiatan sebagaimana dimaksud dalam butir a;
- c. Bahwa untuk kepentingan butir a dan b di atas perlu diterbitkan Surat Keputusan Dekan Universitas Negeri Gorontalo.
- Mengingat** : 1. Undang-undang RI Nomor 20 Tahun 2003 Tentang Sistem Pendidikan Nasional;
2. Undang-undang RI Nomor 14 Tahun 2005 Tentang Guru dan Dosen;
3. Undang-undang RI Nomor 12 Tahun 2012 Tentang Pendidikan Tinggi;
4. Peraturan Pemerintah Nomor 37 Tahun 2005 Tentang Dosen;
5. Peraturan Pemerintah Nomor 66 Tahun 2010 Tentang Perubahan atas Peraturan Pemerintah Nomor 17 Tahun 2010 Tentang Pengelolaan dan Penyelenggaraan Pendidikan;
6. Peraturan Pemerintah RI Nomor 32 Tahun 2013 Tentang perubahan Atas Peraturan Pemerintah Nomor 19 Tahun 2005 Tentang Standar Nasional Pendidikan;
7. Keputusan Presiden RI Nomor. 54 Tahun 2004 Tentang Alih Status IKIP Negeri Gorontalo menjadi Universitas Negeri Gorontalo;
8. Keputusan Presiden RI Nomor 193/MPK.A4/KP/2014 Tanggal 10 September 2014 Tentang Pengangkatan Dr. Syamsu Qamar Badu, M.Pd sebagai Rektor Universitas Negeri Gorontalo Periode 2014-2018;
9. Peraturan Mendiknas RI Nomor 10/O/2005 Tentang Organisasi dan Tata Kerja Universitas Negeri Gorontalo;
10. Peraturan Mendiknas Nomor 18 Tahun 2006 Tentang Statuta Universitas Negeri Gorontalo;

11. Surat Keputusan Rektor Universitas Negeri Gorontalo Nomor: 372/H47.A2/KP/2010 tanggal 1 Mei 2009 Tentang pemberian kuasa kepada Dekan dan Direktur Pascasarjana untuk atas nama Rektor menandatangani Surat Keputusan yang berkaitan dengan kegiatan Akademik di lingkungan Fakultas dan Program Pascasarjana;
12. Keputusan Rektor Universitas Negeri Gorontalo Nomor: 1484/H47.A2/KP/2010 tanggal 4 Oktober 2010 Tentang Pengangkatan Dekan Fakultas MIPA Universitas Negeri Gorontalo;

Memperhatikan : Usulan Dosen dan Judul Penelitian dari setiap Jurusan di lingkungan Fakultas MIPA Universitas Negeri Gorontalo

MEMUTUSKAN

- Menetapkan :**
Pertama : Menunjuk dosen Peneliti dan Judul Penelitian di lingkungan Universitas Negeri Gorontalo yang nama-namanya sebagaimana tercantum dalam lampiran Surat Keputusan ini;
- Kedua :** Tugas Peneliti;
- a. Melaksanakan penelitian sesuai judul penelitian dengan penentuan kegiatan tepat sesuai waktu yang telah ditetapkan;
 - b. Batas waktu pemasukan Laporan Hasil Penelitian sesuai dengan waktu yang telah ditetapkan.
- Ketiga :** Biaya yang timbul akibat pelaksanaan surat keputusan ini dibebankan pada mata anggaran yang tersedia untuk itu;
- Kelima :** Surat Keputusan ini berlaku sejak tanggal ditetapkan dan diberikan kepada yang bersangkutan untuk diketahui dan dilaksanakan dengan catatan apabila dikemudian hari terdapat kekeliruan akan diperbaiki sebagaimana mestinya.

Ditetapkan di : Gorontalo
 Pada Tanggal : 14 Juli 2015

Dekan,




Prof. Dr. Evi Hulukati, M.Pd
 NIP. 196006301986032001

Tembusan Yth. :

1. Rektor Universitas Negeri Gorontalo
2. Wakil Rektor I Universitas Negeri Gorontalo
3. Wakil Rektor II Universitas Negeri Gorontalo
4. PWakil Dekan I Fakultas MIPA UNG
5. Wakil Dekan II Fakultas MIPA UNG
6. Ketua Lemlit UNG
7. Ketua-ketua Jurusan/Prodi FMIPA UNG
8. Bendahara Pengeluaran Universitas Negeri Gorontalo

**PENETAPAN DOSEN PENELITI DAN JUDUL PENELITIAN
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI GORONTALO**

No.	Nama Peneliti	Judul Penelitian
1	Drs Sumarno Ismail, M.Pd.	Pengembangan Bahan Ajar Kalkulus Materi Integral dengan Pendekatan Ilmiah (<i>Scientific Approach</i>) untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran Mahasiswa Jurusan Matematika
2	Dr. Marini S. Hamidun, M.Si.	Keanekaragaman Jenis Liana Di Dataran Rendah Suaka Margasatwa Nantu
3	Dra. Nurhayati Bialangi, M.Si.	Analisis Biodiesel dari Konversi Minyak Jelantah dengan Kromatografi Gas
4	Drs. Madjid, M.Pd.	Pengaruh Pembelajaran Berpusat Masalah (<i>Problem Centered Learning</i>) terhadap Kemampuan Koneksi Matematika Siswa Kelas VIII SMPN 1 Tibawa
5	Nova Elysia Ntobuo, M.Pd.	Penggunaan PhET (<i>Physics Education Technology</i>) <i>Interactive Simulation</i> untuk Meningkatkan Hasil Belajar Siswa Di SMAN 2 Kwandang pada Mata pelajaran Fisika

Dekan,

Prof. Dr. Evi Hulukati, M.Pd
 NIP. 196006301986032001

