

Pemodelan Data *Time Series* dengan Pendekatan Regresi Nonparametrik *B-Spline*

¹Zulaiha Rahasia, ²Resmawan Resmawan, ³Dewi Rahmawaty Isa

^{1,2,3} Fakultas Matematika dan IPA, Universitas Negeri Gorontalo
zulaiharahasia@gmail.com

Abstrak

Spline merupakan salah satu pendekatan nonparametrik kearah pencocokan data agar model yang dihasilkan memiliki fleksibilitas yang baik. Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan data time series berupa nilai tukar mata uang dengan pendekatan nonparametrik B-spline. Dalam pemodelan B-spline, terdapat kriteria yang harus diperhatikan yaitu penentuan orde untuk model, banyaknya knot dan letak penempatan knot. Model B-spline terbaik diperoleh berdasarkan pemilihan titik knot optimal dengan kriteria Generalized Cross Validation (GCV) minimum. Pemodelan menggunakan data nilai tukar rupiah terhadap Dollar Amerika periode Januari 2014 - Desember 2018. Model B-spline terbaik diperoleh dengan pendekatan 2 titik knot yang terletak pada titik 11935,10 dan 12438,29 dengan nilai GCV sebesar 55683,09.

Kata kunci: Regresi Nonparametrik; B-Spline; Generalized Cross Validation

Abstract

Spline is one of the nonparametric approach, to adjust data so the final model has good flexibility. The purpose of this research is to model the time series data in the form of currency exchange rates by using the nonparametric B-spline approach. In B-spline modelling, determination of the order for the model, and the number and the placement of the knot are the criteria that must be considered. The best B-spline model obtained based on the selection of the optimal knot points with minimum Generalized Cross Validation (GCV) criteria. The modelling in this research use data on the exchange rate of the rupiah toward the US dollar in the period January 2014 - December 2018. The best B-spline model obtained by the 2 point knot approach, at points 11935.10 and 12438.29, with GCV value equals to 55683.09.

Keywords: Nonparametric Regression; B-Spline; Generalized Cross Validation

A. Pendahuluan

Time series merupakan salah satu jenis data yang biasanya digunakan pada analisis ekonomi, meliputi analisis terhadap perilaku didalam *series* itu sendiri (Ekananda, 2014). Pada hakikatnya data *time series* adalah data yang merekam perilaku ekonomi berupa harian, mingguan, bulanan, ataupun tahunan, sehingga peneliti dapat melakukan penyesuaian dalam menganalisis data *time series* (Ekananda, 2015).

Salah satu analisis statistika yang sering digunakan pada pemodelan data *time series* adalah analisis regresi (Suparti, Santoso, Prahutama, & Devi, 2018). Analisis ini dilakukan untuk mencari bentuk hubungan dari data, kemudian akan dinyatakan sebagai fungsi yang dapat mengeksplorasi

informasi yang terkandung dalam data (Makridakis, Wheelwright, & McGee, 1998). Untuk mengestimasi fungsi regresi, terdapat dua pendekatan yang biasa digunakan yaitu pendekatan parametrik dan nonparametrik (Hardle, 1990). Pendekatan parametrik merupakan pendekatan yang digunakan jika bentuk hubungan regresinya diketahui dan diasumsikan mengikuti pola data regresi (Suparti et al., 2018).

Beberapa penelitian yang telah dilakukan menggunakan pendekatan parametrik dapat dilihat pada (Ningsih & Dukalang, 2019) dan (Ndangi, Resmawan, & Djakaria, 2019). Adapun pendekatan nonparametrik merupakan metode pendugaan yang tidak terikat asumsi regresi, dimana kurva regresi hanya diasumsikan mulus (*smooth*) (Eubank, 1999). Terdapat beberapa pendekatan nonparametrik yang dapat digunakan untuk data *time series* yaitu estimator *Kernel* dan regresi *Spline*. Estimator *Kernel* memiliki kemampuan yang baik dalam memodelkan data yang tidak mempunyai pola tertentu, selain itu estimator *kernel* lebih fleksibel (Hardle, 1990). Adapun keunggulan dari *spline* adalah mampu mengestimasi perilaku data yang cenderung berbeda pada interval yang berlainan (Eubank, 1999). Beberapa penulis ternama seperti (Hardle, 1990) dan (Wahba, 1990) mengusulkan bahwa penggunaan regresi *spline* sebagai alternatif pendekatan nonparametrik agar model yang dihasilkan memiliki fleksibilitas yang baik.

Pada regresi *spline*, terdapat suatu basis fungsi yang biasa digunakan yaitu basis fungsi *truncated* dan basis fungsi *B-spline* (Eubank, 1999). *Spline* merupakan potongan (*truncated*) polinomial tersegmen yang kontinu sehingga data mampu menyesuaikan diri lebih efektif dari karakteristik data (Suparti et al., 2018). Kelemahan dari basis fungsi *truncated* adalah pada saat orde tinggi, jumlah *knot* bertambah, dan letak *knot* terlalu dekat, akan berakibat pada matrik yang hampir singular, sehingga persamaan akan sulit diselesaikan (Eubank, 1999).

Basis *B-spline* merupakan basis alternatif bagi basis fungsi polinomial *truncated*. Basis *B-spline* banyak memberikan keuntungan baik dari sifat-sifat *B-spline* itu sendiri maupun dari aspek komputasinya, sehingga lebih mudah didapatkan dan lebih bersifat atraktif (Eubank, 1999). Namun, kesulitan dari basis *B-spline* hanya dapat didefinisikan secara rekursif dan karenanya tidak dapat dievaluasi secara langsung (Devi, Mukid, & Yasin, 2014).

Dalam pemodelan regresi *B-spline*, ada beberapa kriteria yang harus dipenuhi yaitu penentuan orde untuk model, banyaknya *knot* dan letak penempatan *knot*. Model terbaik diperoleh dengan meminimumkan *Generalized Cross Validation (GCV)* (Eubank, 1999). Beberapa penelitian yang dilakukan menggunakan pendekatan nonparametrik *spline* dapat dilihat pada (Devi et al., 2014) yang membahas tentang "Analisis Inflasi Kota Semarang Menggunakan Metode Regresi Nonparametrik B-Spline" dan (Katijaya, Suparti, & Sudarno, 2013) yang membahas tentang "Regresi

Spline Sebagai Alternatif dalam Pemodelan Kurs Rupiah terhadap Dollar Amerika Serikat". Kedua penelitian tersebut masing-masing menunjukkan bahwa model *spline* terbaik pada saat menggunakan orde 2 dengan pendekatan 2 titik knot dan 3 titik knot.

Pada penelitian ini, dilakukan pengembangan dari regresi spline yang digunakan dalam menganalisis data *time series*. Fungsi *spline* yang digunakan relevan dengan penelitian (Devi et al., 2014) yaitu memuat suatu basis fungsi *B-spline*. Dengan menggunakan regresi nonparametrik *B-spline*, dapat diperoleh model data *time series* berupa nilai tukar rupiah terhadap Dollar Amerika periode Januari 2014 - Desember 2018.

B. Metode Penelitian

1. Variabel Penelitian

Pada penelitian ini, variabel yang digunakan adalah nilai tukar Rupiah per-bulan yang diambil pada interval Januari 2014 - Desember 2018. Penggunaan nilai tukar Rupiah didasarkan pada pergerakan nilai tukar yang semakin melemah sehingga berdampak pada stabilitas perekonomian Indonesia.

2. Sumber Data

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data sekunder berupa *time series* untuk nilai tukar mata uang rupiah (IDR) terhadap Dollar (USD). Data tersebut didapat dari Bank Sentral Indonesia melalui *official website* <https://bi.go.id>

3. Populasi dan Sampel

Populasi yang digunakan dalam penelitian ini adalah data nilai tukar Rupiah per-bulanan periode Januari 2014 - Desember 2018. Adapun sampel yang diambil sebanyak jumlah populasi yang digunakan.

4. Teknik Penarikan Sampel

Pada penelitian ini, teknik penarikan sampel yang digunakan adalah *sampling jenuh*. Sampling jenuh merupakan teknik penentuan sampel dimana semua anggota populasi digunakan sebagai sampel (Kholid & Achmadi, 2008).

5. Teknik Analisis Data

Langkah-langkah analisis data yang dilakukan dalam penelitian ini adalah:

- a. Menganalisis data *time series*.
- b. Memodelkan data *time series*.

- c. Menentukan pendugaan model berdasarkan titik knot optimal pada Orde 2 (linier).
- d. Menentukan model *B-spline* terbaik berdasarkan kriteria GCV minimum.
- e. Menentukan uji kelayakan model berdasarkan nilai R^2 model *B-spline*.

Untuk memudahkan dalam hal komputasi, analisis data dilakukan dengan bantuan *software R* untuk.

C. Hasil dan Pembahasan

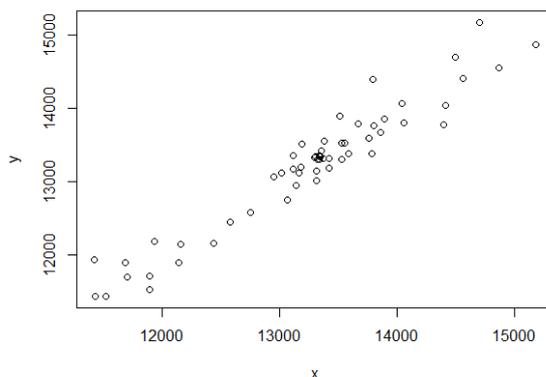
1. Deskripsi Data

Penelitian ini menggunakan data nilai tukar rupiah terhadap Dollar Amerika. Data tersebut merupakan data *time series* univariat x_i . Plot data *time series* nilai tukar rupiah terhadap Dollar Amerika (USD) disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Data nilai tukar rupiah terhadap Dollar Amerika (USD)
Januari 2014 - Desember 2018

Gambar 1 menunjukkan pergerakan nilai tukar rupiah terhadap Dollar Amerika (USD) selama 5 tahun terakhir mengalami fluktuasi. Nilai tukar minimum sebesar 11427,05 terjadi pada bulan Maret 2014, sedangkan nilai tukar maksimum sebesar 5178.87 terjadi pada bulan Oktober 2018. Pada penelitian ini, data *time series* dimodifikasi menjadi data *cross section* dengan bentuk x_i y_i . Hubungan antara kedua variabel disajikan pada Gambar 2.



Gambar 2. Plot data nilai tukar dengan bentuk x_i, y_i

Berdasarkan Gambar 2 dapat dilihat bahwa variabel x_i dan y_i memiliki pola linier. Untuk mendapatkan model *spline* optimal, diperlukan pemilihan titik-titik knot yang optimal pula. Metode yang digunakan dalam penentuan letak titik knot optimal adalah *Generalized Cross Validation (GCV)*. Pada penelitian ini, perhitungan GCV dilakukan menggunakan *spline* orde 2 (linier) yang memiliki satu sampai tiga titik knot.

2. Model *B-Spline*

Model umum untuk estimator *spline* menggunakan basis *B-spline* linier adalah sebagai berikut:

$$\hat{y} = \sum_{j=1}^{2+k} \hat{b}_{\lambda j} N_{j-2,2}(x)$$

dengan $\hat{b}_{\lambda j}$ diperoleh dari $\hat{b}_{\lambda j} = (N_{\lambda}^T N_{\lambda})^{-1} N_{\lambda}^T y$. Nilai GCV minimum untuk masing-masing kombinasi knot yang didapat melalui *running* menggunakan *software R*, hasilnya disajikan dalam Tabel 1.

Tabel 1. GCV terkecil dari masing-masing knot pada *B-spline* orde linier

Orde	Jumlah Knot	Titik Knot		GCV
Linier	1	11427,05		56641,61
	2	11935,10	12438,29	55683,09
	3	11890,77	11935,10 12158,30	56345,37

Tabel 1 menunjukkan pendugaan model *B-spline* linier dengan pendekatan 1 sampai 3 knot, model terbaik diperoleh dari model *B-spline* 2 titik knot, yaitu pada titik 11935,10 dan 12438,29 dengan nilai GCV sebesar

55683,09. Estimasi model *B-spline* linier pada regresi nonparametrik dengan penduga parameter *running* menggunakan *software R*, hasilnya yaitu 12167,15 ; 11721,09 ; 12595,20 dan 15054,97. Dari hasil estimasi, maka model regresi *B-spline* linier dengan 2 titik knot dapat disajikan dalam persamaan berikut:

$$\hat{y} = 12179,65 N_{-1,2}(x) + 11488,04 N_{0,2}(x) + 14904,76 N_{1,2}(x) + 14696,86 N_{2,2}(x)$$

Untuk membangun fungsi *B-spline* orde linier dengan 2 knot, terlebih dahulu didefinisikan basis fungsi *B-spline* secara rekursif dimana,

$$N_{i,2}(x) = \frac{x - \xi_i}{\xi_{i+1} - \xi_i} N_{i,1}(x) + \frac{\xi_{i+2} - x}{\xi_{i+2} - \xi_{i+1}} N_{i+1,1}(x)$$

dengan,

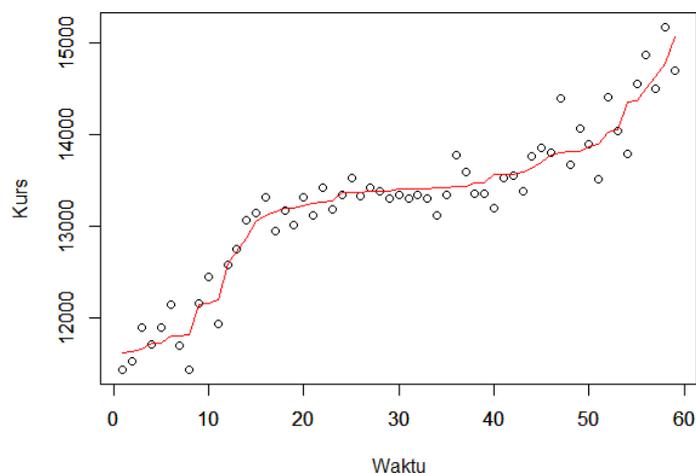
$$N_{-1,2}(x) = \begin{cases} \frac{11935,10 - x}{508,06} & ; 11427,05 < x \leq 11935,10 \\ 0 & ; \text{lainnya} \end{cases}$$

$$N_{0,2}(x) = \begin{cases} \frac{x - 11427,05}{508,005} & ; 11427,05 < x \leq 11935,10 \\ \frac{12438,29 - x}{503,19} & ; 11935,10 < x \leq 12438,29 \\ 0 & ; \text{lainnya} \end{cases}$$

$$N_{1,2}(x) = \begin{cases} \frac{x - 11935,10}{503,19} & ; 11935,10 < x \leq 12438,29 \\ \frac{15178,87 - x}{2740,58} & ; 12438,29 < x \leq 15178,87 \\ 0 & ; \text{lainnya} \end{cases}$$

$$N_{2,2}(x) = \begin{cases} \frac{x - 12438,29}{2740,58} & ; 12438,29 < x \leq 15178,87 \\ 0 & ; \text{lainnya} \end{cases}$$

Setelah mendapatkan nilai estimasi parameter menggunakan model *B-spline* linier dengan 2 titik knot, langkah berikutnya yang dilakukan adalah prediksi data. Informasi mengenai kurs prediksi apabila nilainya dibandingkan dengan nilai kurs aktualnya, ketika hasil prediksi tersebut dikembalikan terhadap waktu disajikan pada Gambar 3.



Gambar 3. Kurs aktual dan prediksi pada *B-spline* linier

Titik-titik hitam pada Gambar 3 merupakan nilai kurs aktual $\{x_i, y_i\}$ sedangkan garis merah merupakan nilai kurs eestimasi $\{\hat{x}_i, \hat{y}_i\}$, $i = 1, 2, \dots, 60$. Meskipun grafik menunjukkan bahwa nilai prediksi kurs tidak sama persis dengan nilai aktual kurs, tetapi pergerakan kurva prediksi memiliki kecenderungan mengikuti pergerakan kurs aktual. Sehingga model regresi *B-spline* yang dihasilkan dapat digunakan untuk mengetahui indikasi naik-turunnya nilai kurs yang akan terjadi.

3. Uji Kelayakan Model

Untuk mengetahui seberapa jauh kemampuan model dalam menerangkan pengaruh variabelnya, dapat dilihat pada nilai R^2 dari data. Berdasarkan hasil perhitungan, didapatkan nilai R^2 sebesar 1,00 sehingga dapat dikatakan bahwa kinerja model sangat akurat.

Berdasarkan hasil tersebut, maka dapat disimpulkan bahwa model regresi *B-spline* yang dihasilkan dapat digunakan untuk mengetahui indikasi naik-turunnya nilai kurs yang akan terjadi.

D. Simpulan

Model *B-spline* terbaik pada data nilai tukar Rupiah (IDR) terhadap Dollar Amerika (USD) disajikan dalam persamaan:

$$\hat{y} = 12179,65 N_{-1,2}(x) + 11488,04 N_{0,2}(x) + 14904,76 N_{1,2}(x) + 14696,86 N_{2,2}(x)$$

Kemampuan model dalam menerangkan pengaruh variabel ditunjukkan dengan nilai R^2 sebesar 1,00 artinya model regresi *B-spline* yang dihasilkan dapat digunakan untuk mengetahui indikasi naik-turunnya nilai kurs yang akan terjadi.

E. Daftar Pustaka

- Devi, A. R., Mukid, M. A., & Yasin, H. (2014). Analisis Inflasi Kota Semarang Menggunakan Metode Regresi Nonparametrik B-Spline. *Jurnal Gaussian*, 3(2), 193–202.
- Ekananda, M. (2014). *Analisis Data Time Series*. Jakarta: Mitra Wacana Media.
- Ekananda, M. (2015). *Ekonometrika Dasar*. Jakarta: Mitra Wacana Media.
- Eubank, R. L. (1999). *Nonparametric Regression and Spline Smoothing* (2nd ed.). New York: Marcel Dekker Inc.
- Hardle, W. (1990). *Applied Nonparametric Regression*. New York: Cambridge University Press.
- Katijaya, S. S., Suparti, S., & Sudarno, S. (2013). Regresi Spline sebagai Alternatif dalam Pemodelan Kurs Rupiah terhadap Dollar Amerika Serikat. *Jurnal Gaussian*, 2(3), 229–238.
- Kholid, N., & Achmadi, A. (2008). *Metodologi Penelitian*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Makridakis, S., Wheelwright, C., & McGee, V. E. (1998). *Forecasting Method and Applications* (2nd ed.). New York: John Wiley & Sons Inc.
- Ndangi, W. R. A., Resmawan, R., & Djakaria, I. (2019). Perbandingan Analisis Diskriminan dan Regresi Logistik Multinomial. *Jambura Journal of Mathematics*, 1(2), 54–63. <https://doi.org/10.34312/jjom.v1i2.2100>
- Ningsih, S., & Dukalang, H. H. (2019). Penerapan Metode Suksesif Interval pada Analisis Regresi Linier Berganda. *Jambura Journal of Mathematics*, 1(1), 43–53. <https://doi.org/10.34312/jjom.v1i1.1742>
- Suparti, S., Santoso, R., Prahutama, A., & Devi, A. R. (2018). *Regresi Nonparametrik*. Ponorogo: Wade Group.
- Wahba, G. (1990). *Spline models for observational data*. Pennsylvania: SIAM.