

[DAC61333] KALKULUS LANJUT

"Integral Lipat"

Semester Ganjil 2019-2020

Resmawan

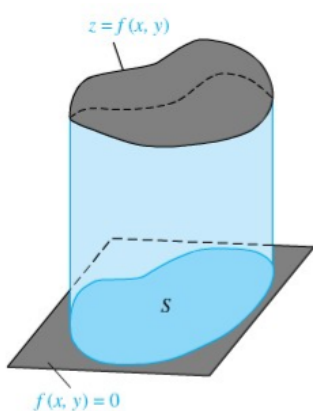
Jurusan Matematika FMIPA
Universitas Negeri Gorontalo

28 Oktober 2019

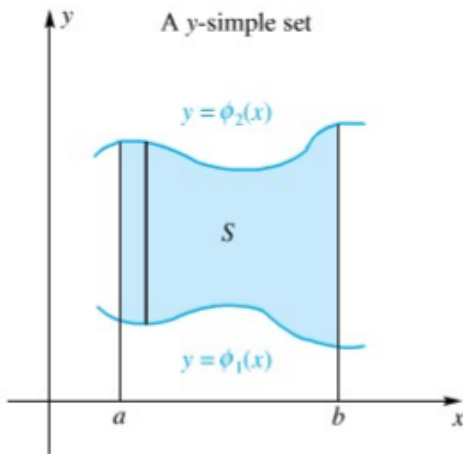
13.3. Integral Lipat Dua pada Daerah Bukan Persegi Panjang

3.1 Definisi dan Ilustrasi

bagaimana menghitung Integral Lipat pada daerah bukan persegipanjang?



3.2 Integral pada Daerah y-Sederhana



3.2 Integral pada Daerah y-Sederhana

Definition

Himpunan S disebut y -sederhana apabila S dapat dituliskan sebagai

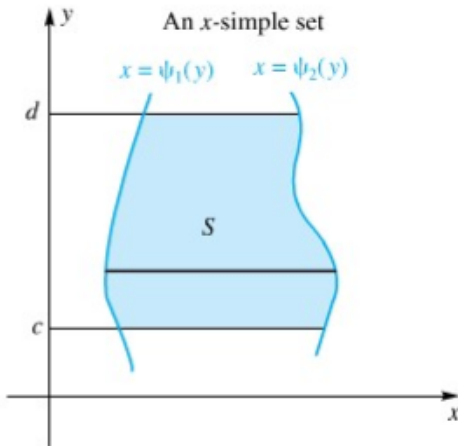
$$S = \{(x, y) : u_1(x) \leq y \leq u_2(x), a \leq x \leq b\}$$

dengan $u_1(x)$ dan $u_2(x)$ kontinu.

Dalam hal ini, Integral f pada S dapat dihitung sebagai

$$\iint_S f(x, y) dA = \int_a^b \int_{u_1(x)}^{u_2(x)} f(x, y) dy dx$$

3.3 Integral pada Daerah x-Sederhana



3.3 Integral pada Daerah x-Sederhana

Definition

Himpunan S disebut x -sederhana apabila S dapat dituliskan sebagai

$$S = \{(x, y) : c \leq y \leq d, v_1(x) \leq x \leq v_2(x)\}$$

dengan $v_1(x)$ dan $v_2(x)$ kontinu.

Dalam hal ini, Integral f pada S dapat dihitung sebagai

$$\iint_S f(x, y) dA = \int_c^d \int_{v_1(x)}^{v_2(x)} f(x, y) dx dy$$

3.4 Beberapa Contoh Soal

Example

- ① Hitunglah

$$\iint_S xy dA$$

apabila S adalah daerah tertutup yang dibatasi oleh $y = x^2$ dan $y = 1$.

- ② Hitunglah

$$\iint_S e^{x^2} dA$$

apabila S adalah daerah tertutup yang dibatasi oleh $y = 2x$, garis $x = 4$ dan sumbu- x .

3.4 Beberapa Contoh Soal

Example

3. Hitunglah

$$\iint_S (x + 2y) \, dA$$

apabila S adalah daerah tertutup yang dibatasi oleh $y = 2x^2$, dan $y = 1 + x^2$.

4. Hitunglah

$$\iint_S xy \, dA$$

apabila S adalah daerah tertutup yang dibatasi oleh $y = x - 1$ dan $y^2 = 2x + 6$. Gunakan integral di daerah x -sederhana atau daerah y -sederhana.

3.4 Beberapa Contoh Soal

Example

5. Hitunglah volume benda padat dibawah kurva paraboloida $z = x^2 + y^2$ dengan daerah asal S berupa bidang- xy yang dibatasi oleh garis $y = 2x$ dan parabola $y = x^2$. Bandingkan hasil pengintegralan di daerah x -sederhana dengan pengintegralan daerah y -sederhana.

Solution

1.

$$\begin{aligned} \iint_S xy dA &= \int_{-1}^1 \int_{x^2}^1 xy \, dy dx = \int_{-1}^1 \left[\frac{xy^2}{2} \right]_{y=x^2}^{y=1} dx \\ &= \int_{-1}^1 \left[\frac{x}{2} - \frac{x^5}{2} \right] dx = \left[\frac{x^2}{4} - \frac{x^6}{12} \right]_{-1}^1 = 0 \end{aligned}$$

3.5 Latihan 3

Problem

1.

Evaluate the iterated integrals in Problems 1–14.

1. $\int_0^1 \int_0^{3x} x^2 dy dx$

2. $\int_1^2 \int_0^{x-1} y dy dx$

3. $\int_{-1}^3 \int_0^{3y} (x^2 + y^2) dx dy$

4. $\int_{-3}^1 \int_0^x (x^2 - y^3) dy dx$

5. $\int_1^3 \int_{-y}^{2y} xe^{y^3} dx dy$

6. $\int_1^5 \int_0^x \frac{3}{x^2 + y^2} dy dx$

3.5 Latihan 3

Problem

2.

In Problems 15–20, evaluate the given double integral by changing it to an iterated integral.

16. $\iint_S (x + y) \, dA$; S is the triangular region with vertices $(0, 0)$, $(0, 4)$, and $(1, 4)$.

17. $\iint_S (x^2 + 2y) \, dA$; S is the region between $y = x^2$ and $y = \sqrt{x}$.

" Terima Kasih, Semoga Bermanfaat "