

# ANALISIS MODEL EPIDEMIK *SEIRS-SEI* PADA PENYAKIT MALARIA DENGAN MEMPERHATIKAN LAJU PEMULIHAN MANUSIA

Resmawan

Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Gorontalo, resmawan@ung.ac.id

**Abstrak.** Pada paper ini dibahas tentang model epidemik *SEIRS-SEI* pada penyakit malaria dengan memperhatikan laju pemulihan manusia. Model epidemik ini merupakan model matematika yang menjelaskan fenomena epidemik penularan penyakit malaria dengan memperhatikan laju pemulihan manusia setelah terinfeksi dan kembali menjadi rentan. Populasi manusia dibagi menjadi empat subpopulasi, yaitu manusia rentan (*susceptible*), manusia terpapar (*exposed*), manusia terinfeksi (*infected*), dan manusia sembuh (*recovered*). Adapun populasi nyamuk sebagai vektor penyebaran penyakit dibagi menjadi 3 subpopulasi, yaitu nyamuk rentan (*susceptible*), nyamuk terpapar (*exposed*), dan nyamuk terinfeksi (*infected*). Model ini kemudian disebut dengan model epidemik *SEIRS-SEI*. Pembahasan analitis meliputi pembentukan model, eksistensi dan kestabilan dari titik tetapnya, serta simulasi numerik untuk melihat pengaruh parameter laju pemulihan manusia terhadap dinamika populasi pada kedua spesies.

**Kata Kunci :** Model Epidemik, *SEIRS-SEI*, Malaria, Pemulihan Manusia

## PENDAHULUAN

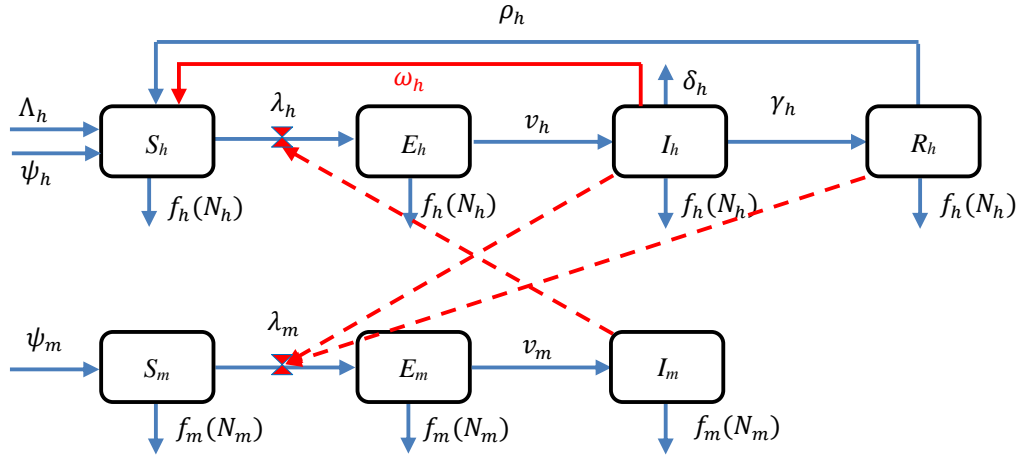
Malaria adalah penyakit yang disebabkan oleh infeksi parasit dari genus *Plasmodium*. Secara epidemiologi, penyakit malaria dapat menyerang semua orang baik laki-laki maupun perempuan, pada semua golongan usia. Parasit *Plasmodium* umumnya ditularkan melalui gigitan nyamuk spesies *Anopheles* betina (*Anopheles spp.*) yang merupakan vektor utama penyebab malaria.

Berbagai macam upaya telah dilakukan untuk mengatasi dampak dari penyebaran penyakit malaria ini. Salah satu upaya yang dilakukan dibidang matematika adalah penerapan matematika pada cabang matematika epidemiologi. Matematika epidemiologi adalah cabang matematika yang mempelajari tentang penyebaran dan pengendalian penyakit [1]. Pemodelan matematika epidemiologi, telah banyak melahirkan berbagai macam model matematika untuk mendalami masalah penyakit menular. Pemodelan matematika untuk penyakit malaria pertama kali dilakukan oleh Ross pada tahun 1911 yang dikenal dengan nama Model Ross. Model sederhana ini kemudian dikembangkan oleh MacDonald pada tahun 1957 yang dikenal dengan nama model Ross-MacDonald [2]. Beberapa penelitian serupa yang mempertimbangkan perubahan dalam ukuran populasi antara lain [2] dan [3].

Pada paper ini akan dikaji tentang model epidemik *SEIRS-SEI* pada penyakit malaria yang merupakan model pengembangan dari model sebelumnya. Kajian pada model ini dilakukan dengan memperhatikan secara spesifik pada laju pemulihan manusia. Parameter laju pemulihan manusia yang dimaksud pada paper ini adalah laju pemulihan manusia yang telah terinfeksi penyakit malaria kemudian sembuh tanpa mengalami kekebalan, sehingga kembali rentan terhadap penyakit. Pembahasan analitis meliputi pembentukan model, eksistensi dan kestabilan dari titik tetap, serta simulasi numerik untuk melihat pengaruh parameter laju pemulihan manusia terhadap dinamika populasi pada kedua spesies.

## MODEL MATEMATIKA

Secara skematis, pola penyebaran penyakit malaria dapat digambarkan dalam diagram kompartemen berikut:



**Gambar 1** Skema penyebaran penyakit malaria model modifikasi *SEIRS-SEI*

Dengan demikian, persamaan dinamika sistem tersebut diformulasikan sebagai berikut:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS_h}{dt} = \Lambda_h + \psi_h N_h + \omega_h I_h + \rho_h R_h - (\lambda_h + f_h(N_h)) S_h \\ \frac{dE_h}{dt} = \lambda_h S_h - (v_h + f_h(N_h)) E_h \\ \frac{dI_h}{dt} = v_h E_h - (\gamma_h + f_h(N_h) + \delta_h + \omega_h) I_h \\ \frac{dR_h}{dt} = \gamma_h I_h - (\rho_h + f_h(N_h)) R_h \\ \frac{dS_m}{dt} = \psi_m N_m - (\lambda_m + f_m(N_m)) S_m \\ \frac{dE_m}{dt} = \lambda_m S_m - (v_m + f_m(N_m)) E_m \\ \frac{dI_m}{dt} = v_m E_m - f_m(N_m) I_m \end{array} \right. \quad (1)$$

dimana laju kematian alami mengikuti fungsi

$$f_h(N_h) = \mu_{1h} + \mu_{2h} N_h \quad \text{dan} \quad f_m(N_m) = \mu_{1m} + \mu_{2m} N_m$$

dan laju infeksi mengikuti persamaan

$$\lambda_h = b_h(N_h, N_m) \beta_{hm} \frac{I_m}{N_m} \quad \text{dan} \quad \lambda_m = b_m(N_h, N_m) \left( \beta_{mh} \frac{I_h}{N_h} + \tilde{\beta}_{mh} \frac{R_h}{N_h} \right).$$

Laju perubahan populasi manusia dan populasi nyamuk mengikuti persamaan yang diperoleh dari sistem (1), yaitu

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dN_h}{dt} = \Lambda_h + \psi_h N_h - f_h(N_h) N_h - \delta_h I_h \\ \frac{dN_m}{dt} = \psi_m N_m - f_m(N_m) N_m. \end{array} \right. \quad (2)$$

Keterangan parameter disajikan pada Tabel 1.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Capazzo V. 2008. *Mathematical Structures of Epidemic Systems*. Springer-Verlag: Heidelberg
- [2] Ngwa GA & Shu WS. 2000. *A Mathematical Model for Endemic Malaria with Variable Human and Mosquito Populations*. *Math. Comput. Modelling*, 32, pp. 747–763
- [3] Chitnis N. 2005. *Using Mathematical Models in Controlling the Spread of Malaria*, Ph.D. thesis, Program in Applied Mathematics. University of Arizona, Tucson, AZ
- [4] Chitnis N, Chussing JM, Hyman JM. 2006. *Bifurcation Analysis of A Mathematical Model for Malaria Transmission*. *Siam J. Appl. Math.* Vol. 67, No. 1, pp. 24–45
- [5] Diekmann O, Heesterbeek JAP, Metz JAJ. 1990. *On the Definition and the Computation of the Basic Reproduction Ratio  $\mathcal{R}_0$  in Models for Infectious Diseases in Heterogeneous Populations*. *J. Math. Biol.*, 28, pp. 365-382
- [6] van den Driessche P & Watmough J. 2008. *Further Notes on the Basic Reproduction Number*. In: Brauer F, van den Driessche P, Wu J. (Eds.) *Mathematical Epidemiology*. Lecture Notes in Mathematics, Springer, pp. 159–178
- [7] Tu PNV. 1994. *Dynamical System: An Introduction with Applications in Economics and Biology*. New York: Springer-Verlag
- [8] Labadin C, Kon ML, Juan SFS. 2009. *Deterministic Malaria Transmission Model with Acquired Immunity*. *Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science 2009 Vol II*. San Francisco, USA